TITRE DE LA THESE: DOLMEN

Transport optimal efficace et Géométrie différentielle pour le Machine Learning
Differential geometry and efficient OptimaL transport for efficient Machine lEarNing (**DOLMEN)**

Direction de thèse : Nicolas Courty (UBS, IRISA)

Co-encadrant·es : Laëtitia Chapel (Agro Rennes-Angers, IRISA) , Lucas Drumetz (IMT Atlantique, Lab-STICC)

Laboratoire(s) :

GEPEA **IRISA** **Lab-STICC** LATIM
Lego LEMNA LS2N hors Laboratoire

Equipe(s) de recherche : IRISA **: Equipe OBELIX,** Lab-STICC **: Equipe OSE-ODYSSEY**

Département(s) IMT Atlantique :

DAPI DSEE INFO ITI LCI LUSSI
MEE MO OPT SSG SRCD SUBATECH

S'agit-il d'une thèse en cotutelle internationale ?
Oui **X Non**
Si oui, organisme avec lequel la cotutelle est envisagée :

Le sujet proposé présente-il un caractère interdisciplinaire ?
Oui **X Non**
Si oui, expliquer brièvement pourquoi (2 ou 3 lignes) :

La source du co-financement est-elle identifiée ?
X Oui **Non**
Si oui, préciser quel co-financement est envisagé :

Co financement assuré : Chaire IA ANR OTTOPIA (PI : N. Courty)
https://anr.fr/Projet-ANR-20-CHIA-0030

Autres informations :
Informations utiles que vous souhaiteriez communiquer (si pertinent) :

Nous avons déjà identifié un candidat à ce stade, Léo Buecher (CV joint au dossier, et dossier complet sur le candidat à venir lors de la deuxième phase de l'appel). Léo est diplômé de Centrale-Supélec et a ensuite obtenu le diplôme du Master Vision Apprentissage (MVA, ENS Paris Saclay), référence française en Machine Learning (ML)/IA. Entre autres expériences, Léo est déjà formé sur le transport optimal et a de plus effectué un stage de 6 mois au Technische Universität Berlin sur des aspects liés au transport optimal sur des domaines non euclidiens (sphères et groupe des rotations dans l'espace), qui a donné lieu à un preprint dont il est coauteur [1]. Léo nous a contacté et a exprimé son souhait de travailler avec nous en thèse, et il est parfaitement armé pour démarrer ce sujet de thèse (voir compétences nécessaires plus bas) la rentrée 2024.

Contexte ou état de l'art scientifique :
Décrire en 5 à 10 lignes le contexte de la thèse.

Le transport optimal est un outil fondamental en ML car il permet de définir une métrique pertinente entre distributions de probabilités. Parmi les applications se trouvent les modèles génératifs en IA, ou l'inférence bayésienne [2]. Cependant, résoudre le programme linéaire associé est très coûteux, en particulier pour un grand nombre d'échantillons. La distance de Sliced-Wasserstein, en plus d'être différentiable (i.e. optimisable), diminue drastiquement la complexité en projetant les distributions sur des droites ; le transport optimal en 1D possède en effet une solution analytique [3]. Par ailleurs, les représentations non-euclidiennes en ML se sont démocratisées: données sphériques en géosciences, hyperboliques pour les représentations hiérarchiques, géométrie projective en vision, matrices de covariance... [4] Le transport optimal classique est bien défini sur ces variétés, mais il est important de pouvoir généraliser les algorithmes efficaces à ces espaces.

Objectifs de la thèse :
Décrire en 10 à 15 lignes les résultats attendus.

Dans le cadre d'une thèse récemment soutenue, nous avons pur définir des distances de type Sliced-Wasserstein dans les cas prototypiques aux nombreuses applications des sphères [5] et des espaces hyperboliques. Ce dernier cas a été étendu aux variétés de Cartan-Hadamard [6], englobant notamment les matrices de covariance [7]. Nous avons publié ces résultats dans les meilleures conférences du domaine (ICLR, ICML). Cependant, pour les variétés à courbure positive, à part la sphère, seul l'espace des rotations en 3D (SO(3)) été traité récemment par une équipe berlinoise [1].

Un premier objectif de la thèse sera de définir une distance Sliced sur les espaces projectifs réels, i.e. l'ensemble des droites passant par l'origine dans un espace euclidien. Pour ces espaces, une construction naturelle a été identifiée mais doit encore être formalisée et validée, généralisant le cas de SO(3). Les applications en ML incluent les problèmes de séparation de sources de type Analyse en Composantes Principales/Indépendantes, la recherche de valeurs/vecteurs propres, ou les applications spécifiques à SO(3) (estimation de pose, classification d'objets tridimensionnels [8]).

Par la suite, nous rechercherons d'autres processus de « slicing » qui permettront de traiter des cas non accessibles à la construction actuelle : cela constitue un verrou majeur comprenant un grand nombre d'espaces d'intérêt plus délicats, comme les groupes de Lie et leurs espaces homogènes [9].

Compétences attendues du ou de la candidat·e :
Lister les principales compétences nécessaires pour ce sujet de thèse.

- Solide bagage mathématique : Théorie de la mesure et des probabilités, transport optimal, géométrie différentielle, optimisation
- Compétences avancées en ML/IA (réseaux de neurones, différentiation automatique, inférence bayésienne, modèles génératifs)

- Progammation en Pytorch ou équivalent (e.g. JAX) et Python en général (numpy/scipy/sklearn...)
- Excellentes capacités rédactionnelles
- Capacité à travailler en équipe

Références :

[1] Quellmalz, M., **Buecher, L**., & Steidl, G. (2024). Parallelly sliced optimal transport on spheres and on the rotation group. *arXiv preprint arXiv:2401.16896*.

[2] Peyré, G., & Cuturi, M. (2019). Computational optimal transport: With applications to data science. *Foundations and Trends® in Machine Learning*, *11*(5-6), 355-607.

[3] Bonneel, N., Rabin, J., Peyré, G., & Pfister, H. (2015). Sliced and radon wasserstein barycenters of measures. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, *51*, 22-45.

[4] Zafeiriou, S., Bronstein, M., Cohen, T., Vinyals, O., Song, L., Leskovec, J., ... & Gori, M. (2022). Guest editorial: Non-euclidean machine learning. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *44*(2), 723-726.

[5] Bonet, C., Berg, **P., Courty**, N., Septier, F., **Drumetz, L**., & Pham, M. T. (2022). Spherical sliced-wasserstein. In *The Eleventh International Conference on Learning Representations (ICLR 2022)*.

[6] Bonet, C., **Drumetz, L**., & **Courty, N**. (2024). Sliced-Wasserstein Distances and Flows on Cartan-Hadamard Manifolds. *arXiv preprint arXiv:2403.06560*. (Submitted to JMLR)

[7] Bonet, C., Malézieux, B., Rakotomamonjy, A., **Drumetz, L**., Moreau, T., Kowalski, M., & **Courty, N**. (2023, July). Sliced-Wasserstein on symmetric positive definite matrices for M/EEG signals. In *International Conference on Machine Learning* (pp. 2777-2805). PMLR.

[8] Deng, C., Litany, O., Duan, Y., Poulenard, A., Tagliasacchi, A., & Guibas, L. J. (2021). Vector neurons: A general framework for so (3)-equivariant networks. In *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision* (pp. 12200-12209).

[9] Lu, M., & Li, F. (2020). Survey on Lie group machine learning. *Big Data Mining and Analytics*, *3*(4), 235-258.