

N° d'ordre : 1822

THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

pour obtenir

le grade de : *DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1*

Mention : TRAITEMENT DU SIGNAL ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

PAR

Christophe LAOT

Équipe d'accueil : Département signal et communications de Télécom Bretagne

École Doctorale : Sciences pour l'ingénieur

Composante universitaire : Structures et propriétés de la matière

Égalisation autodidacte et turbo-égalisation.

Application aux canaux sélectifs en fréquence.

SOUTENUE LE 4 JUILLET 1997 devant la commission d'examen

Composition du Jury :

Président : M. VEZZOSI Georges
Rapporteurs : Mme MACCHI Odile
M. CITERNE Jacques
Examineurs : M. LE CADRE Jean-Pierre
M. LABAT Joël
M. GLAVIEUX Alain

La seconde partie de cette thèse intitulée turbo-égalisation s'est déroulée dans le cadre d'un CCTP d'études communes CNET-DEST placé sous la responsabilité de Madame Maryline Hérald du département SRA/DCS du CCETT.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Georges Vezzosi, professeur de l'Université de Rennes 1, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de la commission d'examen.

De même, je remercie vivement Madame Odile Macchi, Directeur de recherches au CNRS, Professeur à l'École Supérieure d'Électricité de Gif sur Yvette et Monsieur Jacques Citerne, Professeur à l'INSA de Rennes pour l'attention qu'ils ont accordé à la lecture de ce mémoire et pour avoir bien voulu en être les rapporteurs.

Je remercie Monsieur Le Cadre, professeur à l'Université de Rennes 1 pour avoir participé au Jury.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Joël Labat, Ingénieur d'études à Télécom Bretagne pour son soutien tout au long de cette thèse tant sur le point scientifique que personnel.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude et ma sympathie à Monsieur Alain Glavieux, Professeur à Télécom Bretagne pour m'avoir accueilli au sein du département Signal et Communications et permis de réaliser cette thèse.

Merci enfin à tous les membres du Département Signal et Communications de Télécom Bretagne et à tous ceux qui m'ont aidé durant ce travail.

SOMMAIRE

Ch 1 Introduction	1
--------------------------	----------

Ch 2 Présentation des principales structures d'égaliseurs	5
--	----------

2.1	Présentation de la chaîne de transmission
2.2	La fonction d'égalisation
2.3	Stabilité des filtres numériques et factorisation spectrale
2.3.1	Les filtres à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF)
2.3.2	Les filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII)
2.3.3	Factorisation spectrale
2.3.4	Propriétés de la factorisation spectrale (canal non bruité)
2.4	Égaliseur linéaire
2.4.1	L'égaliseur transverse linéaire
2.4.2	L'égaliseur récursif linéaire
2.5	Égaliseur non linéaire
2.5.1	L'égaliseur à retour de décisions ou DFE
2.5.2	L'égaliseur DFE type Belfiore et Park
2.6	Annuleur d'interférences
2.7	Comparaison des performances des égaliseurs
2.8	Résultats de simulation
2.8.1	Les modèles de canaux utilisés
2.8.2	Décomposition spectrale
2.8.3	Calcul des performances des égaliseurs
2.8.4	Validation des modèles théoriques
2.9	Conclusion sur les résultats théoriques

Ch 3 : Égalisation adaptative autodidacte	37
--	-----------

3.1	Introduction à l'égalisation autodidacte
3.2	État de l'art en égalisation autodidacte
3.3	Algorithme du gradient stochastique
3.3.1	Algorithme adaptatif LMS
3.3.2	Algorithme de Godard
3.3.3	Algorithme de commutation Godard -> LMS-DD
3.3.4	Algorithme de récupération de porteuse
3.4	Égaliseur transverse linéaire autodidacte
3.5	Égaliseur récursif linéaire autodidacte

3.6 DFE autodidacte

3.7 Conclusions

Ch 4 : Performances du DFE autodidacte (SADFE)

57

4.1 Introduction

4.2 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-4

4.2.1 Conditions de simulation

4.2.2 Performances en termes d'EQM

4.2.3 Règle de commutation

4.2.4 Performances en termes de taux d'erreurs binaires

4.2.5 Étude de la convergence des coefficients des égaliseurs

4.2.6 Étude en régime non stationnaire

4.3 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-16

4.3.1 Conditions de simulation

4.3.2 Performances en termes d'EQM

4.3.3 Détermination des seuils de commutation

4.4 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-64

4.4.1 Conditions de simulation

4.4.2 Performances en termes d'EQM estimée

4.5 Conclusions

Ch 5 : Turbo-égalisation

79

5.1 Introduction

5.2 Présentation de la chaîne de transmission

5.3 Principe de la turbo-égalisation

5.3.1 Structure de l'égaliseur

5.3.2 Adaptation des coefficients de l'égaliseur

5.3.3 Le convertisseur M-aire binaire

5.3.4 Le décodeur de canal

5.3.5 Estimation des valeurs moyennes des symboles

5.3.6 Entrelacement

5.3.7 Intérêt de l'entrelacement par symbole

5.4 Turbo-égalisation avec séquence d'apprentissage

5.4.1 Canaux stationnaires

5.4.2 Canaux non stationnaires

5.5 Turbo-égalisation sans séquence d'apprentissage

5.6 Conclusions

Ch 6 : Conclusions et perspectives	107
Annexes	109
Bibliographie	135
Publications	141

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Aujourd'hui avec le développement des services radio-mobiles, de la diffusion numérique du son et de l'image et avec la montée en puissance des services multimédia, on assiste à une véritable explosion de la demande en matière de techniques numériques de transmissions. Ces nouveaux services nécessitent généralement de transmettre des quantités croissantes d'information dans des bandes de fréquence les plus étroites possibles mais aussi, pour certaines d'entre eux, de réduire la puissance émise pour accroître l'autonomie des équipements ou encore, de transmettre de l'information sur des milieux assez sévères. Bien entendu, satisfaire de tels objectifs ne va pas sans poser quelques problèmes aux concepteurs de systèmes de transmissions. En effet l'optimisation du rapport débit bande nécessite d'utiliser des modulations à grand nombre d'états, généralement assez sensibles aux perturbations introduites par le canal de transmission. La réduction de la puissance émise conduit, quant à elle à concevoir des récepteurs fonctionnant à faibles rapports signal à bruit, ce qui pose inévitablement des problèmes de synchronisation et de qualité de transmission. Enfin, l'utilisation de canaux sévères tels que les canaux multi-trajets nécessite la mise en oeuvre de traitements permettant de combattre l'interférence entre symboles créée par la sélectivité en fréquence de ces canaux.

Pour lutter contre la sélectivité en fréquence des canaux de transmission plusieurs techniques sont possibles parmi lesquelles on peut citer : les transmissions multi-porteuses, les techniques d'étalement de spectre et l'égalisation. Cette thèse étant consacrée à l'égalisation et au codage de canal, nous ne développerons pas les deux premières techniques citées.

Pour combattre les effets de la sélectivité en fréquence d'un canal on peut utiliser un récepteur optimisé selon le critère du maximum de vraisemblance, dont nous allons brièvement rappeler le principe. Un canal sélectif en fréquence peut être vu comme un codeur générant des suites d'échantillons corrélés. Le récepteur doit alors, à partir de la séquence reçue rechercher la séquence émise la plus vraisemblable. Ce problème a

priori très complexe peut être résolu en représentant le canal par un diagramme en treillis et, en utilisant l'algorithme de Viterbi pour rechercher dans ce treillis le chemin (la séquence) le plus vraisemblable. Ce récepteur optimal est souvent répertorié dans la littérature, probablement à tort sous le nom d'égaliseur de Viterbi. Cet égaliseur est approprié aux transmissions à faible rapport signal à bruit. Toutefois lorsque l'étalement temporel des canaux est important par rapport à la durée des symboles émis ou lorsque le nombre d'états de la modulation est grand, la complexité calculatoire rend ce type de récepteur inexploitable. Il est alors nécessaire d'utiliser des égaliseurs plus simples à mettre en oeuvre.

Ces égaliseurs ont pour fonction principale d'inverser la réponse du canal de transmission de manière à ce que le couple "canal-égaliseur" puisse être considéré comme un canal idéal. L'opération d'égalisation peut provoquer, selon la nature de l'égaliseur utilisé des remontées plus ou moins importantes du bruit présent à son entrée. L'égalisation apparaît donc comme une technique de traitement de l'interférence entre symboles efficace lorsque le rapport signal à bruit est suffisamment grand. Notons enfin que l'égalisation est bien adaptée pour traiter des canaux ayant une réponse impulsionnelle longue vis à vis de la durée des symboles transmis et qu'elle conduit aussi à de bons résultats en présence de modulations à grand nombre d'états. Dans cette thèse nous étudierons les propriétés des égaliseurs ne traitant qu'un seul échantillon par durée symbole. Les égaliseurs de type fractionnés feront l'objet d'une étude ultérieure.

Les égaliseurs adaptatifs les plus simples sont construits à partir de filtres transverses dont les coefficients sont généralement actualisés à partir d'un algorithme du gradient ou éventuellement, des moindres carrés récursifs. Pour favoriser la convergence d'un égaliseur on utilise usuellement une séquence d'apprentissage c'est-à-dire, un préambule constitué de données connues du récepteur. Lorsque cela n'est pas possible, on est contraint d'utiliser des égaliseurs autodidactes qui basent leur traitement sur la connaissance a priori des propriétés statistiques des signaux émis.

Cette approche, que nous allons développer par la suite fait l'objet de travaux intensifs dans la communauté scientifique. L'objectif est double, d'une part l'absence de séquence d'apprentissage permet d'accroître l'efficacité spectrale et d'autre part dans certaines applications spécifiques (radio ou télédiffusion numérique) il est absolument impensable d'émettre périodiquement des préambules pour satisfaire les utilisateurs potentiels. La stratégie non supervisée ou autodidacte s'impose. Reste que deux problèmes essentiels se posent : la vitesse de convergence qui doit être la plus rapide possible et l'obtention d'une faible erreur résiduelle en poursuite. Nous allons apporter

une réponse élégante à ces deux problèmes par le biais d'un dispositif original, du reste breveté, dont les performances sont remarquables.

Pour améliorer la qualité d'une transmission en présence de canaux sélectifs en fréquence on peut aussi utiliser une fonction de codage de canal. Cette fonction introduit de la redondance dans le message à transmettre, redondance qui peut être exploitée en réception par le décodeur de canal pour corriger certaines configurations d'erreurs. Nous verrons dans cette thèse qu'il est possible d'utiliser conjointement l'égalisation et le codage de canal pour s'affranchir de la sélectivité en fréquence des canaux de transmissions.

La première partie de cette thèse est consacrée à l'égalisation autodidacte. Nous proposons dans cette partie un égaliseur autodidacte original qui comporte deux structures différentes selon que l'on se trouve en phase de convergence ou en phase de poursuite, c'est-à-dire en régime établi. Ainsi, selon le degré de sévérité du canal et sur un critère d'erreur quadratique moyenne estimée au sens des moindres carrés récursifs, le dispositif proposé bascule d'une structure récursive linéaire à une structure récursive non linéaire de type égaliseur à retour de décisions (Decision Feedback Equalizer en anglo-américain) ou inversement. Ce nouvel égaliseur peut donc être qualifié de DFE autodidacte à structure adaptative.

La seconde partie de cette thèse traite de la turbo-égalisation. Un turbo-égaliseur associe un égaliseur de type annuleur d'interférences avec un décodeur de canal à sortie pondérée. Le traitement réalisé par le turbo-égaliseur est itératif. A chaque nouvelle itération, l'égaliseur dispose des sorties du canal de transmission mais aussi, d'une information supplémentaire produite par le décodeur de canal à l'itération précédente pour améliorer son traitement. Cette approche inspirée des turbo-codes permet, sous certaines conditions, de s'affranchir en grande partie de l'interférence entre symboles introduite par le canal, sans toutefois rehausser le bruit de la transmission. Dans cette thèse les performances de la turbo-égalisation sont évaluées pour des modulations d'amplitude sur deux porteuses en quadrature (MAQ-M) et pour des canaux stationnaires ou non.

Ce document est organisée autour de cinq chapitres. Le premier chapitre tient lieu d'introduction et, dans les quatre chapitres suivants, sont développées nos contributions sur l'égalisation autodidacte et la turbo-égalisation.

Le chapitre 2 propose une synthèse des structures possibles d'égaliseurs optimisés selon le critère de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne. Les performances optimales d'un égaliseur transverse, d'un égaliseur de type DFE ou d'un annuleur d'interférences sont déterminées en fonction de la réponse impulsionnelle du canal discret équivalent utilisé. On montre notamment qu'**il est possible de passer d'un égaliseur récursif linéaire à un DFE et inversement, en conservant la valeur des coefficients des filtres transverses et récursifs lors des transitions.**

Sur la base des résultats présentés dans le chapitre précédent, le chapitre 3 décrit le nouvel égaliseur autodidacte dont l'originalité essentielle réside dans une adaptativité à la fois structurelle et algorithmique. En clair d'un dispositif récursif linéaire piloté par des critères appropriés, on passe à un égaliseur DFE piloté par décisions, tout ceci de façon parfaitement réversible en fonction d'un critère de performance pertinent. Nous présentons les principaux algorithmes utilisés tant en mode de convergence qu'en mode de poursuite et définissons également la règle de commutation qui régit la modification structurelle et algorithmique de notre dispositif.

Le chapitre 4 a pour but de valider les structures et les algorithmes présentés dans les chapitres précédents. Le DFE autodidacte proposé est testé pour des modulations MAQ-4, MAQ-16 et MAQ-64 sur quelques canaux sélectifs en fréquence. Des comparaisons en termes de taux d'erreurs binaires, de vitesse de convergence et de robustesse vis à vis de la non stationnarité du canal sont faites entre le DFE autodidacte et d'autres égaliseurs supervisés puis pilotés par leurs propres décisions.

Le chapitre 5 introduit le principe de la **turbo-égalisation**, dont le but est de parvenir à **éliminer l'interférence entre symboles en sortie de l'égaliseur sans augmenter le niveau de bruit de la transmission**. Pour réaliser cet objectif, on introduit à l'émission une fonction de codage de canal et, en réception on effectue un traitement itératif d'égalisation et de décodage des signaux reçus. Les performances de la turbo-égalisation sont évaluées pour des canaux stationnaires, avec ou sans séquences d'apprentissage, puis pour des canaux de Rayleigh.

Le chapitre 6 résume les principaux apports de cette thèse sous forme d'une conclusion générale et propose quelques perspectives d'applications et d'amélioration, du DFE autodidacte ainsi que du turbo-égaliseur.

CHAPITRE 2

PRÉSENTATION DES PRINCIPALES STRUCTURES D'ÉGALISEURS

Après avoir rappelé quelques notions de base sur les filtres numériques et la factorisation spectrale, nous présentons dans ce chapitre les principales structures d'égaliseur puis, nous comparons leurs performances respectives à partir de quelques canaux tests. Ce chapitre commence par quelques rappels sur le schéma de principe et les principaux paramètres d'une chaîne de transmission numérique en présence d'égalisation.

2.1 Présentation de la chaîne de transmission

Une chaîne de transmission numérique, en présence d'égalisation, peut être représentée par le schéma de principe de la figure 2.1.

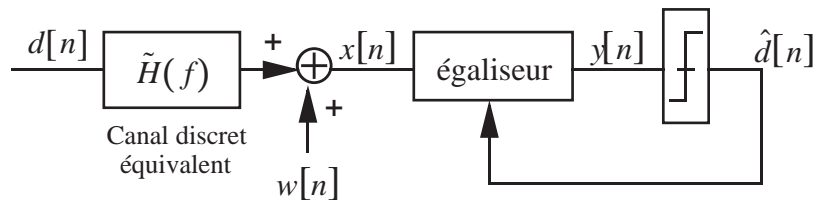


Figure 2.1 Schéma de principe d'une chaîne de transmission en présence d'égalisation

L'ensemble modulateur, milieu de transmission, démodulateur est modélisé par **un canal discret équivalent de réponse $H(z)$** [1]. Cette modélisation correspond au cas où les données $d[n]$ sont émises tous les T secondes et le signal reçu en sortie du démodulateur est échantillonné à la fréquence $1/T$. La quantité T est appelée la **durée symbole** et $1/T$ représente la rapidité de modulation.

Le canal discret équivalent est défini par les $L + 1$ coefficients non nuls $h[k]$, éventuellement complexes, de sa réponse impulsionnelle. Ces coefficients seront supposés constants et par la suite on définira le vecteur \mathbf{H} des coefficients $h[k]$ où \mathbf{H} désigne un vecteur de norme unitaire. On définit alors classiquement la transformée en z de cette réponse impulsionnelle comme :

$$H(z) = \sum_{k=0}^L h[k] z^{-k} \quad (2.1)$$

ainsi que sa transformée de Fourier $\tilde{H}(f)$:

$$\tilde{H}(f) = \sum_{k=0}^L h[k] e^{-j2\pi kfT} \quad (2.2)$$

Ainsi, pour $z = e^{j2\pi fT}$ la transformée en z de la séquence $\{h[k]\}$ coïncide avec sa transformée de Fourier. C'est-à-dire que l'analyse d'un système discret peut se faire en utilisant la transformée en z et pour obtenir sa réponse en fréquence, il suffit de remplacer z par $e^{j2\pi fT}$. On pourra se reporter à l'annexe A.1 pour une description plus détaillée des notations utilisées pour représenter les systèmes numériques.

En tenant compte de la relation (2.1) et du fait que le vecteur \mathbf{H} est normé, on peut montrer que :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 df = \sum_{k=0}^L |h[k]|^2 = 1 \quad (2.3)$$

Le canal est perturbé par un **bruit blanc, additif, dont les échantillons $w[n]$ sont centrés, gaussiens** et de variance σ_w^2 .

$$\sigma_w^2 = E \{w[n]^2\} \quad (2.4)$$

On supposera de plus qu'il est alimenté par des **symboles $d[n]$ centrés, mutuellement indépendants** et de variance σ_d^2 normalisée.

$$\sigma_d^2 = E \{d[n]^2\} = 1 \quad (2.5)$$

Ainsi, la sortie bruitée $x[n]$ du canal discret équivalent peut s'écrire sous la forme :

$$x[n] = \sum_{k=0}^L h[k] d[n-k] + w[n] \quad (2.6)$$

Le rapport signal à bruit SNR à l'entrée de l'égaliseur, défini comme le rapport entre la puissance du signal reçu non bruité et la puissance du bruit $w[n]$ est donc égal à :

$$SNR = \frac{E \left\{ \left| \sum_{k=0}^L h[k] d[n-k] \right|^2 \right\}}{E \left\{ |w[n]|^2 \right\}} \quad (2.7)$$

En tenant compte des relations (2.3), (2.4) et (2.5), le rapport signal à bruit est encore égal à :

$$SNR = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_w^2} \quad (2.8)$$

La sortie $y[n]$ de l'égaliseur est finalement comparée à un ou plusieurs seuils et une décision $\hat{d}[n]$ est prise pour chaque symboles émis $d[n]$.

2.2 La fonction d'égalisation

L'objet de la fonction d'égalisation est de permettre de retrouver à partir de la séquence reçue $\{x[n]\}$, présentant de l'**interférence entre symboles (IES)** introduite par la sélectivité du canal, la séquence émise $\{d[n]\}$.

Pour combattre l'effet de cette interférence entre symboles, plusieurs techniques peuvent être employées [1][2][3].

Une première technique, appelée **détection suivant la séquence la plus vraisemblable** [4] (en anglo-américain **Maximum Likelihood Sequence Estimation (MLSE)**) donne d'excellents résultats sous réserve que le canal soit connu ou bien estimé. La mise en oeuvre de cette technique est généralement réalisée en utilisant l'algorithme de Viterbi. Toutefois lorsque la durée de la réponse impulsionnelle du canal est importante et/ou lorsque l'on utilise des modulations à grand nombre d'états, cette technique nécessite un volume de calcul qui devient rapidement prohibitif.

Une seconde technique, appelée égalisation, consiste à inverser la réponse du canal. **Les égaliseurs linéaires** (en anglo-américain **Linear Equalizers (LE)**) et les **égaliseurs à retour de décisions** (en anglo-américain **Decision-Feedback Equalizers (DFE)**) [5][6] sont les plus régulièrement employés. L'égalisation linéaire est largement utilisée pour les canaux de type téléphonique. Cependant sur les canaux présentant de sévères distorsions d'amplitude, un égaliseur linéaire donne des résultats assez médiocres du fait qu'il rehausse le bruit aux fréquences présentant de fortes atténuations.

Au contraire, le DFE possède des performances proches du récepteur optimal (MLSE) pour une large classe de canaux lorsque le bruit est faible.

Une troisième technique, proche de l'égalisation, utilisant la connaissance a priori des données est appelée **Annulation d'Interférences (AI)** [7][8][9]. Le principe est de recréer l'interférence entre symboles pour venir l'éliminer du signal reçu. Sous l'hypothèse de données connues, les performances obtenues sont celles d'un canal gaussien sans interférence entre symboles.

Les égaliseurs de type LE, DFE et les annuleurs de type AI possèdent l'avantage d'être assez simples à mettre en oeuvre car ils sont composés de filtres numériques à coefficients complexes. Deux critères sont souvent retenus pour déterminer les paramètres optimaux de ces égaliseurs [1][2][3]. Le premier critère est celui de l'annulation de l'interférence entre symboles, couramment appelé **critère de forçage à zéro (en anglo-américain Zero Forcing (ZF))**. Le second critère est celui de la **minimisation de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM)**. Nous nous limiterons dans ce chapitre à l'étude des égaliseurs selon le critère de la minimisation de l'EQM qui semble être le plus performant lorsque le canal est bruité. De nombreuses structures d'égaliseurs linéaires ou non linéaires peuvent être envisagées à partir des solutions optimales. On se propose dans ce chapitre de définir les principales structures et d'indiquer leurs caractéristiques.

On notera qu'un égaliseur a pour fonction d'inverser le canal de transmission qui généralement fluctue dans le temps. De ce fait, il est nécessaire de définir des algorithmes adaptatifs qui peuvent suivre l'évolution du canal et qui convergent vers la solution optimale recherchée, dans notre cas celle de la minimisation de l'EQM. L'algorithme DD-LMS (en anglo-américain Decision Directed Least Mean Square) est très souvent utilisé et nécessite, lorsque le canal est fortement perturbé l'emploi d'une séquence d'apprentissage pour initialiser la convergence. Pour éviter d'introduire une séquence d'apprentissage, on peut utiliser des techniques autodidactes s'appuyant sur la connaissance a priori des statistiques des données émises. Les algorithmes autodidactes sont nombreux mais ne convergent généralement pas vers la solution optimale au sens du critère de la minimisation de l'EQM. Les propriétés des algorithmes adaptatifs et autodidactes seront traitées dans le chapitre 3.

Nous allons tout d'abord examiner les propriétés de la factorisation spectrale, approche intéressante pour définir les égaliseurs à structure récursive.

2.3 Stabilité des filtres numériques et factorisation spectrale

Un problème important de l'égalisation consiste à définir, à partir des solutions optimales au sens du minimum de l'EQM, des structures d'égaliseurs stables de longueur finie. Ces structures sont composées de filtres numériques dont nous allons maintenant décrire certaines propriétés.

2.3.1 Les filtres à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF) [10][11]

Pour un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie sa sortie peut s'exprimer comme une combinaison linéaire des échantillons présents à son entrée. Les coefficients de la combinaison linéaire constituent la réponse impulsionnelle du filtre. Le filtre de réponse $H(z)$ défini par (2.1) est un filtre de type RIF causal dont le polynôme en z^{-1} est de degré L et la réponse impulsionnelle est définie par les coefficients $h[k]$.

La fonction de transfert $H(z)$ possède L racines z_i dans le plan complexe, appelées zéros de la fonction de transfert, et peut s'écrire sous la forme d'un produit de facteurs :

$$H(z) = h[0] \prod_{i=1}^L (1 - z_i z^{-1}) \quad (2.9)$$

Un filtre RIF à réponse impulsionnelle de durée L est toujours stable, pour autant que toutes les valeurs $h[k]$ de sa réponse impulsionnelle soient bornées. Pour cette raison les filtres RIF sont très souvent utilisés dans les systèmes d'égalisation.

Un autre avantage des filtres RIF est que l'on peut les rendre causaux, donc physiquement réalisables, moyennant l'introduction d'un retard.

2.3.2 Les filtres à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII) [10][11]

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle infinie conservent une trace des échantillons qui leurs ont été appliqués pendant une durée infinie, ils sont donc à

mémoire infinie. Une telle mémoire est réalisée en utilisant une boucle de réaction de la sortie sur l'entrée, d'où la **dénomination courante de filtre récursif**. Chaque échantillon de sortie est égal à une combinaison linéaire des échantillons présents à l'entrée du filtre et des échantillons précédemment déterminés en sortie du filtre. La fonction de transfert d'un filtre RII se présente sous la forme d'un quotient de deux polynômes en z . Les racines du numérateur et du dénominateur sont respectivement appelées les zéros et les pôles de la fonction de transfert.

Pour qu'un filtre à réponse impulsionnelle infinie soit réalisable, il est nécessaire qu'il soit causal et stable. Un filtre causal est stable si les pôles de sa fonction de transfert en z sont à l'intérieur du cercle unité.

On notera qu'un filtre possédant tous ses pôles et ses zéros à l'intérieur du cercle unité est appelé **filtre à phase minimale**, tandis qu'un filtre possédant tous ses pôles et ses zéros à l'extérieur du cercle unité est appelé **filtre à phase maximale**.

Nous allons maintenant définir un filtre RII de réponse $1/G(z)$ qui nous sera très utile lorsque nous aborderons la notion de décomposition spectrale.

Soit $G(z)$ un filtre causal ($g[k]=0$ pour $k < 0$) dont tous les zéros de sa fonction de transfert sont à l'intérieur du cercle unité et tel que $g[0]=1$.

$$G(z) = 1 + \sum_{k=1}^M g[k] z^{-k} \quad (2.10)$$

On pourra noter que :

$$\sum_{k=0}^M |g[k]|^2 \geq 1 \quad (2.11)$$

Soient α_m , $m = 1, \dots, M$, les M zéros de $G(z)$. Il est alors possible d'écrire $G(z)$ sous forme d'un produit de M facteurs :

$$G(z) = \prod_{m=1}^M (1 - \alpha_m z^{-1}) \quad \text{avec} \quad |\alpha_m| < 1 \quad (2.12)$$

on observe alors que **le filtre de réponse $1/G(z)$ est un filtre RII, causal et stable** autrement dit que $G(z)$ est causalement inversible. Une réalisation de ce filtre peut se faire sous la forme réursive représentée sur la figure 2.2.

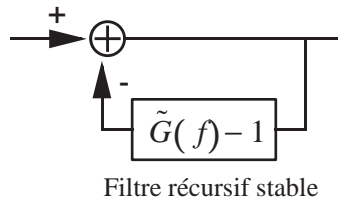


Figure 2.2 *Filtre récurusif stable et causal*

On désire attirer l'attention du lecteur sur le fait que la fonction de transfert de tout filtre récurusif causal ou anticausal dont les pôles sont à l'intérieur du cercle unité peut être développée en série. Un filtre RII pourra donc être théoriquement réalisé sous forme d'un d'un filtre transverse de longueur infinie. En pratique un filtre RII pourra être approximé que par un filtre RIF.

2.3.3 Factorisation spectrale

La factorisation spectrale consiste à écrire la relation liant la réponse $\tilde{H}(f)$ du canal, la variance des données et la variance du bruit sous forme d'un **produit de deux fonctions de transfert, l'une à phase minimale et l'autre à phase maximale.**

La densité spectrale de puissance $S_{xx}(z)$ de la séquence reçue $\{x[n]\}$ peut s'écrire, dans le cas où les données et le bruit sont des variables indépendantes, sous la forme :

$$S_{xx}(z) = S_{hh}(z)\sigma_d^2 + \sigma_w^2 \quad (2.13)$$

où $S_{hh}(z)$ est le spectre replié du canal discret équivalent :

$$S_{hh}(z) = H(z)H^*(1/z^*) \quad (2.14)$$

et * désigne l'opérateur de conjugaison,

On déduit aisément des relations (2.13) et (2.14) que si β_i est un zéro de $S_{xx}(z)$ alors $1/\beta_i^*$ est aussi un zéro de cette expression. Ainsi $S_{xx}(z)$ possède autant de zéros à l'intérieur du cercle unité qu'à l'extérieur. On peut donc scinder ce polynôme en un

produit de deux polynômes, l'un ayant ses zéros à l'intérieur du cercle unité et l'autre ayant ses zéros à l'extérieur.

La densité spectrale de puissance $S_{xx}(z)$ est dite factorisable si on peut écrire [12][13] :

$$S_{xx}(z) = S_\lambda G_\lambda(z) G_\lambda^*(1/z^*) \quad (2.15)$$

En tenant compte des relations (2.14) et (2.15), l'expression (2.13) peut encore s'écrire :

$$H(z)H^*(1/z^*)\sigma_d^2 + \sigma_w^2 = S_\lambda G_\lambda(z)G_\lambda^*(1/z^*) \quad (2.16)$$

La relation (2.16) est appelée l'**équation clé du système**.

Dans l'expression (2.16), $\tilde{G}_\lambda(f)$ (ou de façon équivalente $G_\lambda(z)$) est le filtre FIR à phase minimale défini précédemment par la relation (2.10). Ce filtre est causal, stable ainsi que son inverse $1/\tilde{G}_\lambda(f)$. Le filtre $\tilde{G}_\lambda^*(f)$ est un filtre à phase maximale car ses zéros sont à l'extérieur du cercle unité.

Pour chaque valeur de λ égal au rapport signal à bruit défini en (2.8), il existe une fonction $\tilde{G}_\lambda(f)$.

$$\lambda = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_w^2} \quad (2.17)$$

La quantité S_λ est un nombre réel positif tel que [annexe A.2] :

$$\ln(S_\lambda) = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) df \quad (2.18)$$

Il apparaît clairement, à partir de l'équation clé (2.16), que **le nombre de zéros de $H(z)$ est égal au nombre de zéros de $G_\lambda(z)$** . On déduit que la longueur de la réponse $H(z)$ du canal est égale à la longueur de la réponse de $G_\lambda(z)$, soit en considérant les relations (2.1) et (2.10), $L = M$.

Pour que la relation (2.18) ait un sens on peut montrer qu'il est nécessaire que $\ln(\tilde{S}_{xx}(f))$ soit intégrable sur le domaine considéré, c'est-à-dire dans la **Bande de Nyquist** $BN = [-1/2T; 1/2T]$. Pour un canal bruité, la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{xx}(f)$ est strictement positive ($\sigma_w^2 \neq 0$) et la factorisation spectrale est toujours

possible. On notera toutefois que lorsque le canal est non bruité et que le spectre replié $\tilde{S}_{hh}(f)$ possède des passages par zéro dans la bande de Nyquist, la factorisation spectrale n'est plus définie.

Nous allons maintenant donner une nouvelle expression de S_λ en fonction des coefficients de $G_\lambda(z)$, de la variance des données et de la variance du bruit .

En intégrant l'équation clé (2.16) sur la bande de Nyquist, on obtient :

$$\sigma_d^2 T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 df + \sigma_w^2 = S_\lambda T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{G}_\lambda(f)|^2 df \quad (2.19)$$

En notant $R_{gg}[k]$ la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle $\{g[k]\}$ et en utilisant l'identité de Parseval, on peut écrire :

$$R_{gg}[0] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{G}_\lambda(f)|^2 df = \sum_{k=0}^M |g[k]|^2 \quad (2.20)$$

En utilisant (2.19), (2.20) et (2.3), S_λ peut encore s'écrire sous la forme :

$$S_\lambda = \frac{\sigma_d^2 + \sigma_w^2}{R_{gg}[0]} \quad (2.21)$$

En tenant compte de l'inégalité (2.11) et de la relation (2.21), il apparaît que S_λ est inférieur ou égal à $\sigma_d^2 + \sigma_w^2$. On verra par la suite que S_λ est un paramètre important pour formuler les expressions permettant d'évaluer les performances des égaliseurs.

2.3.4 Propriétés de la factorisation spectrale pour un canal non bruité

Pour un canal non bruité il est possible d'exprimer $G_\lambda(z)$ et S_λ en fonction des zéros de la fonction de transfert $H(z)$ du canal.

La relation (2.9) permet d'exprimer la fonction de transfert $H(z)$ sous la forme d'un produit de facteurs où apparaissent ses $L = U + V$ zéros. En séparant les U zéros

situés à l'intérieur du cercle unité, notés $z_{I,u}$, des V zéros situés à l'extérieur du cercle unité, notés $z_{O,v}$, la fonction de transfert $H(z)$ peut encore s'écrire :

$$H(z) = h[0] \prod_{u=1}^U (1 - z_{I,u} z^{-1}) \prod_{v=1}^V (1 - z_{O,v} z^{-1}) \quad \text{avec} \quad |z_{I,u}| < 1 \quad \text{et} \quad |z_{O,v}| > 1 \quad (2.22)$$

Lorsque $\sigma_w^2 = 0$, λ tend vers l'infini et l'équation clé (2.16) se simplifie :

$$|\tilde{H}(f)|^2 \sigma_d^2 = S_\infty |\tilde{G}_\infty(f)|^2 \quad (2.23)$$

Dans ce cas, il est possible d'évaluer S_∞ et $G_\infty(z)$ [annexe A.3] en fonction des zéros de $H(z)$:

$$S_\infty = |h[0]|^2 \prod_{v=1}^V |z_{O,v}|^2 \quad (2.24)$$

et

$$G_\infty(z) = \prod_{u=1}^U \prod_{v=1}^V (1 - z_{I,u} z^{-1}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}^*} z^{-1} \right) \quad (2.25)$$

Il y a donc une forte correspondance entre les zéros de la fonction de transfert du canal et ceux du filtre à phase minimale $G_\lambda(z)$.

2.4 Égaliseur linéaire

Considérons un égaliseur linéaire (en anglo-américain Linear Equalizer (LE)) qui associe à chaque échantillon d'entrée $x[n]$ un échantillon égalisé $y[n]$. En adoptant comme critère la minimisation de l'Erreur Quadratique Moyenne entre les échantillons $y[n]$ et les symboles $d[n]$ défini par :

$$EQM = E \left\{ y[n] - d[n] \right\}^2 \quad (2.26)$$

on peut montrer [annexe A.4] que la fonction de transfert optimale de l'égaliseur linéaire est égale à :

$$\frac{\sigma_d^2 \tilde{H}^*(f)}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \quad (2.27)$$

En sortie de l'égaliseur linéaire, la donnée décidée $\hat{d}[n]$ correspond à la donnée vraie $d[n - \delta]$ où le retard δT est relatif à l'anticausalité de cet égaliseur.

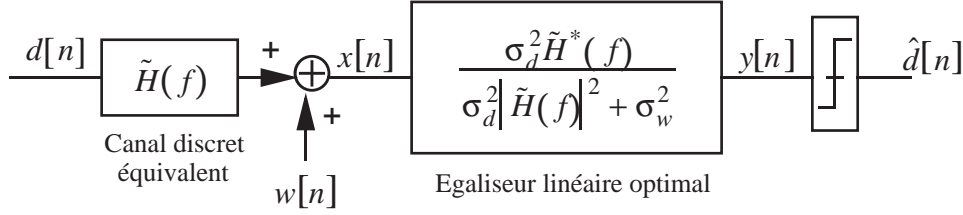


Figure 2.3 *Égaliseur linéaire optimal*

Pour cet égaliseur on peut montrer que l'EQM minimale est égale à :

$$EQM_{LE} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} df \quad (2.28)$$

A partir de l'expression (2.27) plusieurs structures d'égaliseurs linéaires peuvent être définies. Ainsi, la différence entre les égaliseurs linéaires se situe au niveau de leur réalisation pratique et de l'actualisation de leurs coefficients en version adaptative. On trouvera particulièrement :

- l'égaliseur transverse linéaire
- l'égaliseur récursif linéaire

2.4.1 L'égaliseur transverse linéaire

L'égaliseur linéaire défini précédemment par l'expression (2.27) n'est pas physiquement réalisable sous sa forme récursive. En effet les pôles de sa fonction de transfert ne sont pas tous à l'intérieur du cercle unité. En d'autres termes la réalisation de cet égaliseur nécessiterait l'utilisation d'un filtre récursif anticausal, ce qui est physiquement irréalisable. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des approximations afin de pouvoir construire cet égaliseur linéaire.

Pour cela nous effectuons un Développement en Série (DS) de $\left(\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2\right)^{-1}$.

$$DS \left\{ \frac{1}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \right\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{R}_N(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^{+N} r[k] e^{-j2\pi kT} \quad (2.29)$$

En utilisant (2.27) et (2.29), l'égaliseur linéaire peut être décomposé sous la forme d'un filtre adapté suivi d'un filtre transverse linéaire de réponse impulsionnelle

infinie (figure 2.4). Or la mise en oeuvre d'un tel filtre étant impossible, il faut donc tronquer le développement en série.

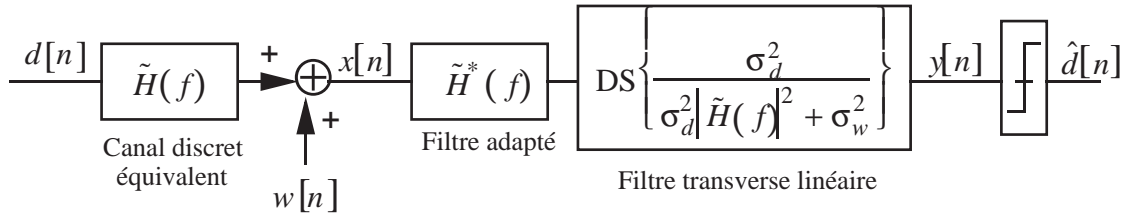


Figure 2.4 Structure de l'égaliseur linéaire transverse

La structure obtenue pour l'égaliseur transverse linéaire est celle d'un filtre à réponse impulsionnelle finie qui, comme nous l'avons vu précédemment, est inconditionnellement stable. Toutefois la nécessité de limiter le nombre des coefficients de l'égaliseur peut, pour certains types de canaux dégrader considérablement les performances de l'égaliseur.

Il est difficile de déterminer le nombre de coefficients à utiliser pour un égaliseur linéaire pour éviter des dégradations importantes de ses performances. En effet, la longueur du développement en série sera fonction de la proximité du cercle unité des zéros du canal de réponse $H(z)$. Le filtre numérique $\tilde{R}_N(f)$, devra avoir une réponse d'autant plus longue que les zéros de $H(z)$ seront proches du cercle unité. En règle générale, N est de l'ordre de 2 à 3 fois la longueur du canal.

2.4.2 L'égaliseur récursif linéaire

Pour définir l'égaliseur récursif linéaire, nous décomposons le filtre $\tilde{R}_N(f)$ de la relation (2.29) en un filtre récursif et un filtre transverse linéaire de réponse impulsionnelle infinie. On obtient alors un égaliseur possédant une structure récursive linéaire dont les performances théoriques sont identiques à celles d'un égaliseur transverse linéaire. Pour déterminer cette structure d'égaliseur nous allons utiliser les propriétés de la factorisation spectrale.

En utilisant l'équation clé (2.16), on peut écrire :

$$\frac{1}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} = \frac{1}{\tilde{G}_\lambda(f)} \frac{1}{S_\lambda \tilde{G}_\lambda^*(f)} \quad (2.30)$$

Le filtre $\tilde{G}_\lambda(f)$ défini par la relation (2.10) est un filtre à phase minimale, son inverse est causal, stable et peut être réalisé de manière récursive. Par contre le

filtre $\tilde{G}_\lambda^*(f)$ est anticausal, ainsi que son inverse et il ne peut pas être réalisé par un filtre RII stable. C'est la raison pour laquelle, on remplace $1/S_\lambda \tilde{G}_\lambda^*(f)$ par un Développement en Série de la forme :

$$\text{DS} \left\{ \frac{1}{S_\lambda \tilde{G}_\lambda^*(f)} \right\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{S}_N(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{+N} s[k] e^{j2\pi kT} \quad (2.31)$$

On obtient, pour l'égaliseur récursif linéaire, la structure présentée figure 2.5. Elle comporte un filtre adapté, un filtre récursif causal et stable et un filtre transverse anticausal de longueur N . Comme il a été signalé précédemment, cette structure ne sera pas optimale du fait de la nécessité de tronquer la série.

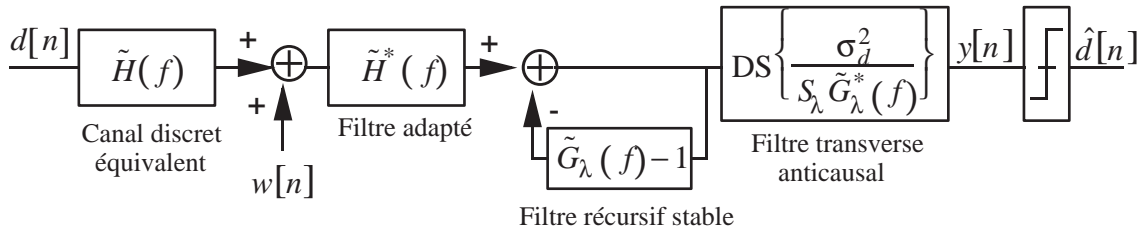


Figure 2.5 Structure de l'égaliseur récursif linéaire

Il est à noter que la place de chacun des filtres est interchangeable et que les filtres transverse peuvent être concaténés. Ainsi la structure de la figure 2.5 est équivalente à celle de la figure 2.6.

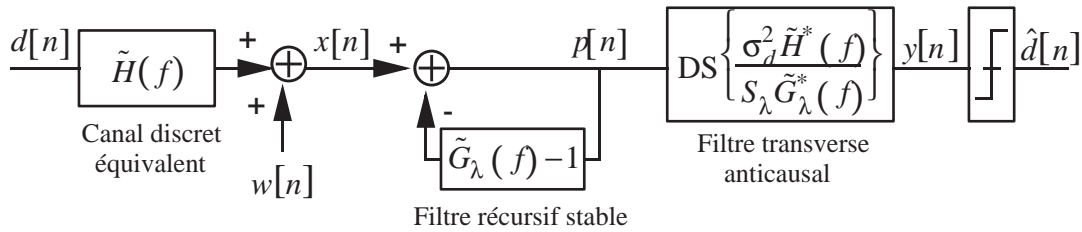


Figure 2.6 Structure de l'égaliseur récursif linéaire

Le filtre purement récursif $1/\tilde{G}_\lambda(f)$ peut être vu comme un filtre autorégressif stable, dont l'effet est de blanchir la séquence de sortie $\{p[n]\}$. Les échantillons $p[n]$ sont assimilées à des erreurs de prédiction ou innovations. Le filtre $\tilde{G}_\lambda(f)-1$ apparaît alors comme un prédicteur tandis que $1/\tilde{G}_\lambda(f)$ représente un innovateur.

Nous allons maintenant montrer que les échantillons $p[n]$ sont non corrélés c'est-à-dire que la séquence $\{p[n]\}$ est blanche. Pour cela, nous déterminons la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{pp}[k]$ de la séquence $\{p[n]\}$, à partir de sa densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{pp}(f)$. Dans le cas où les échantillons de bruit $w[n]$ et les données $d[n]$ sont des variables indépendantes, on peut écrire :

$$\tilde{S}_{pp}(f) = \frac{|\tilde{H}(f)|^2}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} \sigma_d^2 + \frac{1}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} \sigma_w^2 \quad (2.32)$$

La fonction d'autocorrélation de la séquence $\{p[n]\}$ s'obtient par transformée de Fourier inverse de la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{pp}(f)$:

$$\tilde{R}_{pp}[k] = E\{p[n]p^*[n-k]\} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{S}_{pp}(f) e^{j2\pi kfT} df \quad (2.33)$$

En tenant compte de la relation (2.32), l'expression (2.33), peut encore s'écrire :

$$E\{p[n]p^*[n-k]\} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[\frac{|\tilde{H}(f)|^2}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} \sigma_d^2 + \frac{1}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} \sigma_w^2 \right] e^{-j2\pi kfT} df \quad (2.34)$$

En utilisant l'équation clé (2.16), la relation (2.34) devient :

$$E\{p[n]p^*[n-k]\} = \begin{cases} S_\lambda & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Les échantillons $p[n]$ en sortie du filtre récursif sont décorrélés. Le canal, à un gain près, est égalisé en amplitude par l'innovateur car la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{pp}(f)$ est constante. **Le couple canal - innovateur peut être vu comme un filtre passe-tout. Le filtre transverse de la figure 2.6 aura alors pour fonction d'égaliser le canal en phase.**

Un égaliseur récursif linéaire a moins de coefficients qu'un égaliseur transverse linéaire pour des performances équivalentes [14] du fait de sa structure récursive. De plus, les propriétés de blanchiment de l'innovateur nous permettront de définir, au chapitre 3, un égaliseur linéaire récursif autodidacte adaptatif stable et performant en terme de vitesse de convergence.

2.5 Égaliseur non linéaire

Nous allons maintenant définir un égaliseur dont la particularité est d'utiliser les données décidées $\hat{d}[n]$ pour diminuer ou annuler l'interférence entre symboles introduite par le canal de transmission. La structure fonctionnelle de l'égaliseur non linéaire est donnée figure 2.7. Elle comporte une partie réursive non linéaire qui doit être strictement causale. En effet à l'instant n , on ne connaît pas $\hat{d}[n+i]$ ($i \geq 0$). Cet égaliseur appelé communément DFE (en anglo-américain Decision Feedback Equalizer) possède des performances généralement supérieures à celles d'un égaliseur linéaire. Il est à noter qu'une structure analogue à celle de la figure 2.7 a été proposée par Belfiore et Park [15]. Elle est souvent appelée PDFE (Predictive DFE).

Pour simplifier l'évaluation des performances des égaliseurs non linéaires nous allons considérer qu'il n'y a pas d'erreurs de décisions en sortie de l'égaliseur, soit $\hat{d}[n] = d[n]$. Le critère d'optimalité retenu est toujours celui de la minimisation de l'EQM.

Nous allons étudier deux structures non linéaires :

- l'égaliseur à retour de décisions ou DFE
- l'égaliseur à retour de décisions de type Belfiore et Park ou PDFE

2.5.1 Égaliseur à retour de décisions ou DFE

La structure optimale du DFE développée annexe A.5 est proposée figure 2.7.

L'EQM minimale d'un égaliseur non linéaire de type DFE est donnée par [2][5] :

$$EQM_{DFE} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{S_\lambda} \quad (2.36)$$

où S_λ est la constante réelle définie en (2.18) et (2.21)

Comme on peut le remarquer, la structure de l'égaliseur représenté figure 2.7 ressemble à celle de l'égaliseur récursif linéaire de la figure 2.5. La différence se situe au niveau du filtre récursif qui n'est plus linéaire. On retrouve le filtre transverse anticausal

$\tilde{S}_N(f)$ défini par la relation (2.31) et réalisé à partir d'un développement en série tronqué. Les performances réelles d'un DFE seront donc généralement inférieures aux performances théoriques données par la relation (2.36).

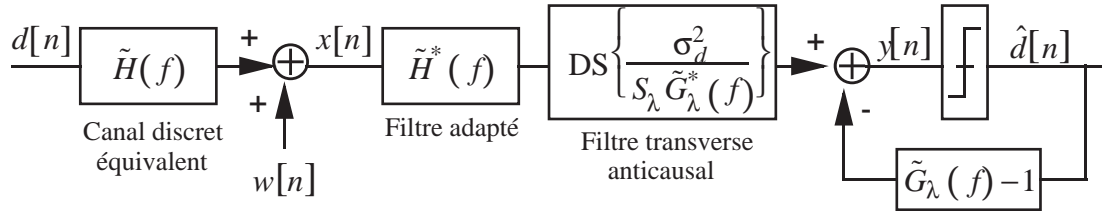


Figure 2.7 Structure du DFE

Le DFE conduit à des performances supérieures à celles d'un égaliseur linéaire. Toutefois, dans les cas où le rapport signal à bruit est faible le nombre d'erreurs de décision est important et il s'en suit un **phénomène de propagation d'erreurs** dans la boucle de réaction. Dans ce cas, il semble qu'il soit plus intéressant d'utiliser un égaliseur linéaire.

2.5.2 Égaliseur DFE type Belfiore et Park

Belfiore et Park ont démontré qu'il était possible de déterminer une structure de DFE différente de celle représentée sur la figure 2.7 et dont les performances théoriques sont identiques. Cette structure est représentée figure 2.8.

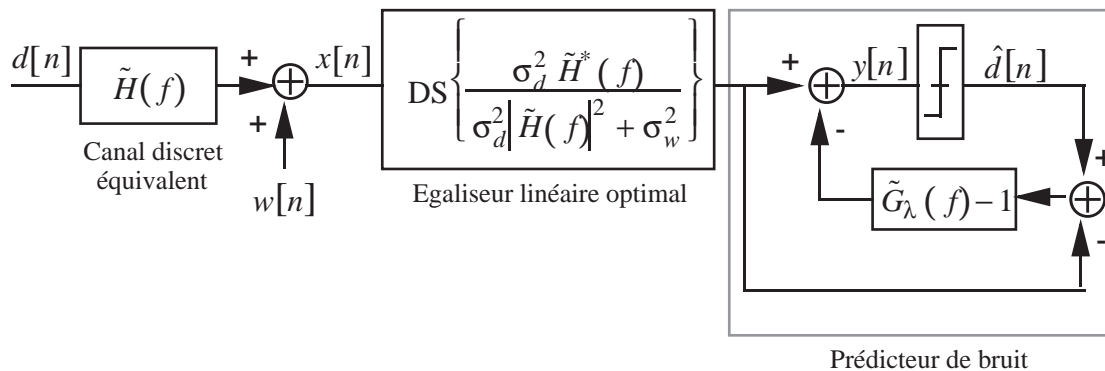


Figure 2.8 Structure du DFE de type Belfiore et Park

On démontre facilement l'équivalence de la structure de la figure 2.7 avec celle de la figure 2.8 [annexe A.5].

Il est intéressant de remarquer que le DFE type Belfiore et Park est constitué d'un égaliseur linéaire optimal suivi d'un filtre de prédiction appelé prédicteur de bruit. C'est la raison pour laquelle ce type de DFE est parfois appelé PDFE (Predictive DFE).

L'égaliseur linéaire optimal pourra être conçu suivant l'une des structures décrites au paragraphe 2.4. Une nouvelle structure pour le PDFE, dans laquelle l'égaliseur linéaire optimal a été remplacé par un égaliseur récursif linéaire, est présentée figure 2.9. Cette nouvelle structure nous permettra ultérieurement de définir un DFE autodidacte.

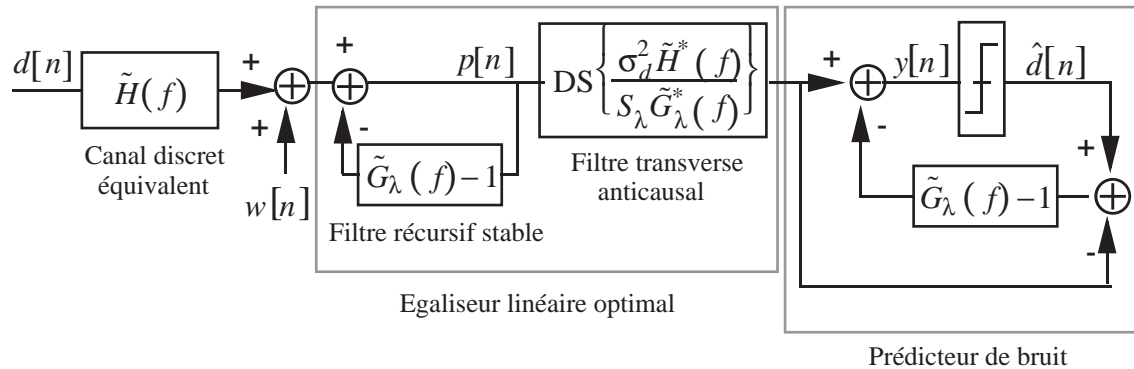


Figure 2.9 Nouvelle structure du DFE de type Belfiore & Park

En tenant compte des considérations pratiques de réalisation du DFE et du PDFE, telles que les longueurs des filtres numériques et les techniques d'adaptation des coefficients, il en ressort que le PDFE donne de moins bonnes performances que le DFE [1]. Ainsi, en comparant la structure de la figure 2.7 à celle de la figure 2.9, on s'aperçoit que le PDFE nécessite un filtre récursif linéaire supplémentaire par rapport au DFE, ce qui augmente nécessairement les bruits d'adaptation et par conséquent dégrade les performances.

Toutefois, lorsque l'on prend en compte le phénomène de propagation d'erreurs la structure du PDFE semble plus robuste que celle du DFE. Lorsque le nombre d'erreurs de décisions devient important, le prédicteur de bruit du PDFE est affecté et ses performances sont dégradées. Cependant l'égaliseur linéaire optimal situé en amont du prédicteur de bruit ne subit pas le phénomène de propagation d'erreurs et les performances de l'égaliseur PDFE sont proches de celles d'un égaliseur linéaire. Dans le cas du DFE, la structure optimale de l'égaliseur est détruite par le phénomène de

propagation d'erreurs et la dégradation de ses performance peut devenir très importante. On peut donc envisager d'utiliser un égaliseur ayant une structure PDFE lorsque le nombre d'erreurs est important et une structure DFE lorsqu'il est faible. On appliquera ce principe au chapitre 3, pour améliorer les performances du PDFE présenté figure 2.9.

2.6 Annuleurs d'interférences

Les annuleurs d'interférences sont des types particuliers d'égaliseurs qui nécessitent la connaissance a priori des données. En effet à l'instant n , il est nécessaire de connaître $d[n+i]$, ($i \neq 0$). Comme, en pratique nous ne connaissons pas les données (c'est ce que nous cherchons à obtenir), elles seront généralement remplacées par leurs estimations, notées $\bar{d}[n]$. L'obtention de ces valeurs sera présentée dans le chapitre 5 sur la turbo-égalisation.

Dans l'immédiat et pour développer la théorie des annuleurs d'interférences, nous allons considérer que $\bar{d}[n] = d[n]$. La structure optimale de l'annuleur d'interférences déterminée annexe A.6 est représentée figure 2.10.

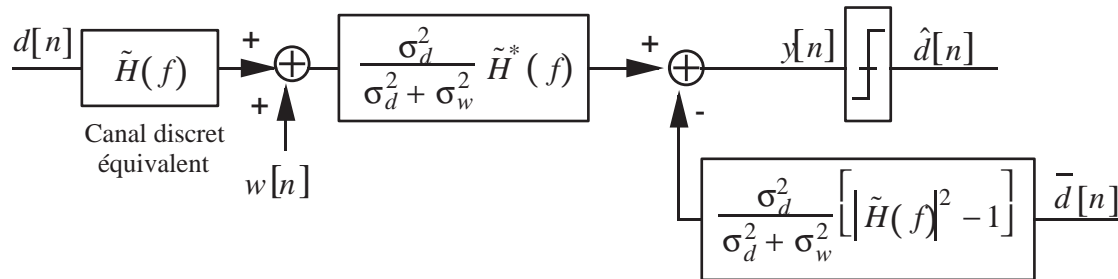


Figure 2.10 Structure optimale de l'annuleur d'interférences

Cette structure est constituée de deux filtres de réponse impulsionnelle finie. Un filtre adapté à la réponse du canal, chargé de réduire la puissance du bruit et un filtre annuleur, dont l'objet est de reconstruire l'interférence entre symboles présente en sortie du filtre adapté. On notera que **le coefficient central du filtre annuleur est nul**.

En utilisant les relations (2.6), (A.6.20) et (A.6.21) on peut montrer que les échantillons $y[n]$ en sortie de l'égaliseur sont de la forme :

$$y[n] = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \left[d[n] + \sum_{k=0}^L h^*[k] w[n+k] \right] \quad (2.37)$$

Le bruit en sortie de l'égaliseur n'est plus blanc dans le cas général mais reste toutefois gaussien.

L'EQM minimale obtenue avec l'annuleur d'interférence [Annexe A.6], est égale à :

$$EQM_{AI} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \quad (2.38)$$

On notera que l'EQM en sortie de l'égaliseur est identique à L'EQM en sortie d'un canal gaussien sans interférence entre symboles. L'égaliseur proposé, de type annuleur d'interférences permet donc de supprimer l'interférence entre symboles introduite par le canal de transmission sans remonter le niveau du bruit.

En observant la relation (2.37), on peut remarquer que la sortie de l'annuleur d'interférences est biaisée. Pour obtenir des performances optimales en terme de probabilité d'erreur il faudra tenir compte de ce biais au niveau du détecteur à seuils ou multiplier la sortie de l'annuleur par un coefficient égal à $1 + (\sigma_w^2 / \sigma_d^2)$. Cette remarque peut être généralisée à l'ensemble des égaliseurs optimisés selon le critère de la minimisation de l'EQM.

2.7 Comparaison des performances des égaliseurs

En comparant les relations (2.28), (2.36) et (2.38), on peut démontrer [annexe A.7] l'expression suivante :

$$EQM_{LE} \geq EQM_{DFE} \geq EQM_{AI} \quad (2.39)$$

l'égalité étant obtenue pour un canal sans interférence entre symboles.

Les égaliseurs optimaux au sens de la minimisation de l'EQM étant biaisés, le rapport signal à bruit en sortie de l'égaliseur sera donné en dB par la relation :

$$SNR_{\text{sortie}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_d^2 - EQM_{\text{sortie}}}{EQM_{\text{sortie}}} \right) \quad (2.40)$$

2.8 Résultats de simulations

Pour illustrer ce chapitre, nous allons déterminer les performances des égaliseurs optimaux pour quelques modèles de canaux discrets équivalents. Les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel MATLAB.

2.8.1 Les modèles de canaux utilisés

Pour étudier les performances théoriques de nos égaliseurs nous avons utilisé quatre modèles pour le canal discret équivalent, le canal de Porat et Friedlander, le canal de Macchi, le canal de Proakis "A" et le canal de Proakis "B". La fonction de transfert $\tilde{H}(f)$ de ces canaux est donnée par le vecteur $\mathbf{H} = [h[0], \dots, h[L]]^t$ des coefficients $h[k]$.

Le canal de Porat et Friedlander [16]

Les coefficients $h[k]$ de ce canal, au nombre de cinq, sont complexes :

$$\mathbf{H} = [2 - 0.4j, 1.5 + 1.8j, 1, 1.2 - 1.3j, 0.8 + 1.6j]^t$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées figure 2.11. Il possède quatre zéros dont deux sont à l'intérieur du cercle unité et deux sont à l'extérieur. La réponse en amplitude de ce canal présente des évanouissements assez profonds et sa réponse en phase est loin d'être linéaire.

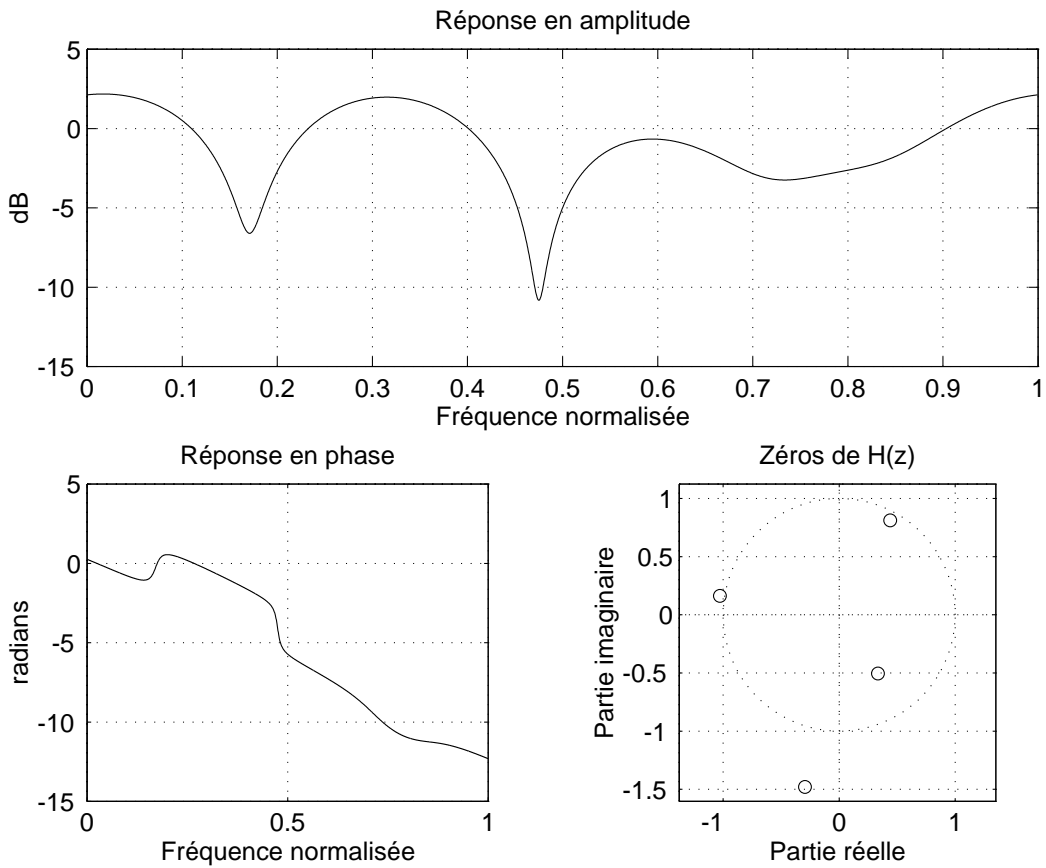


Figure 2.11 Canal de Porat et Friedlander

Le canal de Macchi [17]

Les coefficients $h[k]$ de ce canal, au nombre de cinq, sont réels :

$$\mathbf{H} = [0.8264, -0.1653, 0.8512, 0.1636, 0.81]^t$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées figure 2.12. Il possède quatre zéros dont deux sont à l'intérieur du cercle unité et deux sont à l'extérieur. La réponse en amplitude de ce canal présente des évanouissements assez profonds et sa réponse en phase est loin d'être linéaire.

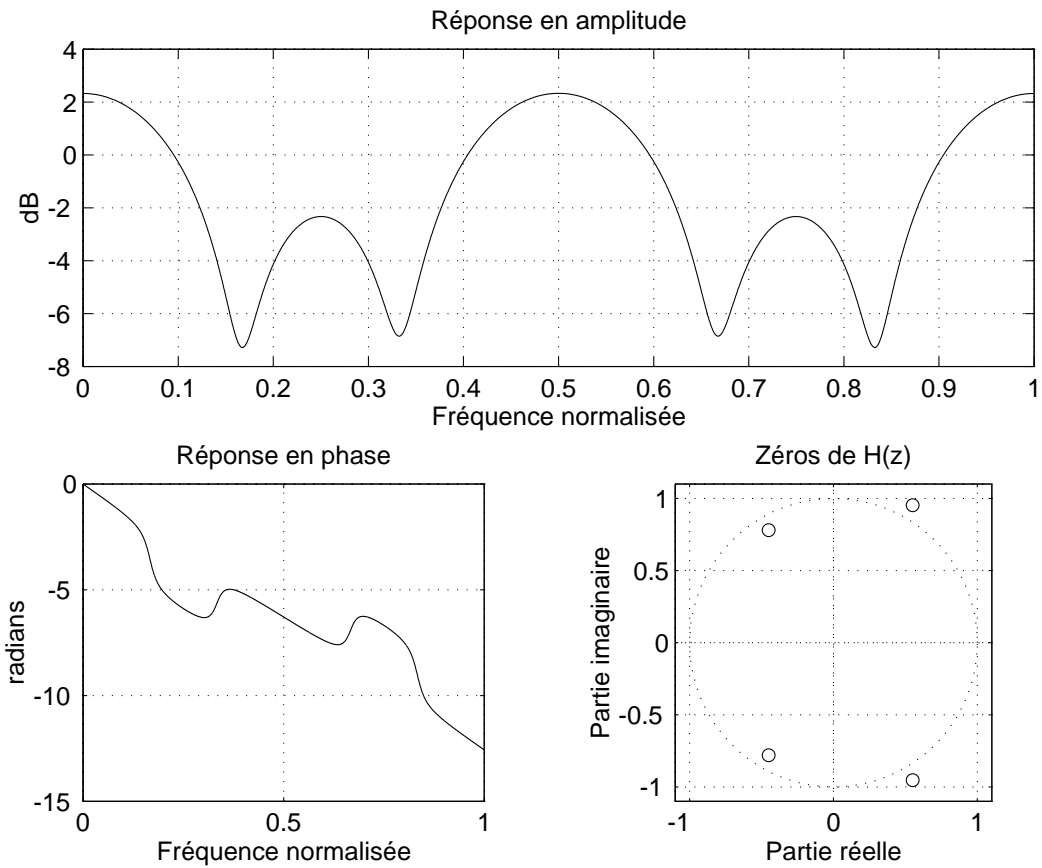


Figure 2.12 Canal de Macchi

Le canal de Proakis "A" [1]

Les coefficients $h[k]$ de ce canal, au nombre de onze, sont réels :

$$\mathbf{H} = [0.04, -0.05, 0.07, -0.21, -0.5, 0.72, 0.36, 0, 0.21, 0.03, 0.07]^T$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées figure 2.13. Il possède dix zéros dont cinq sont à l'intérieur du cercle unité et cinq sont à l'extérieur. La réponse en amplitude de ce canal présente un évanouissement de profondeur moyenne et sa réponse en phase est presque linéaire.

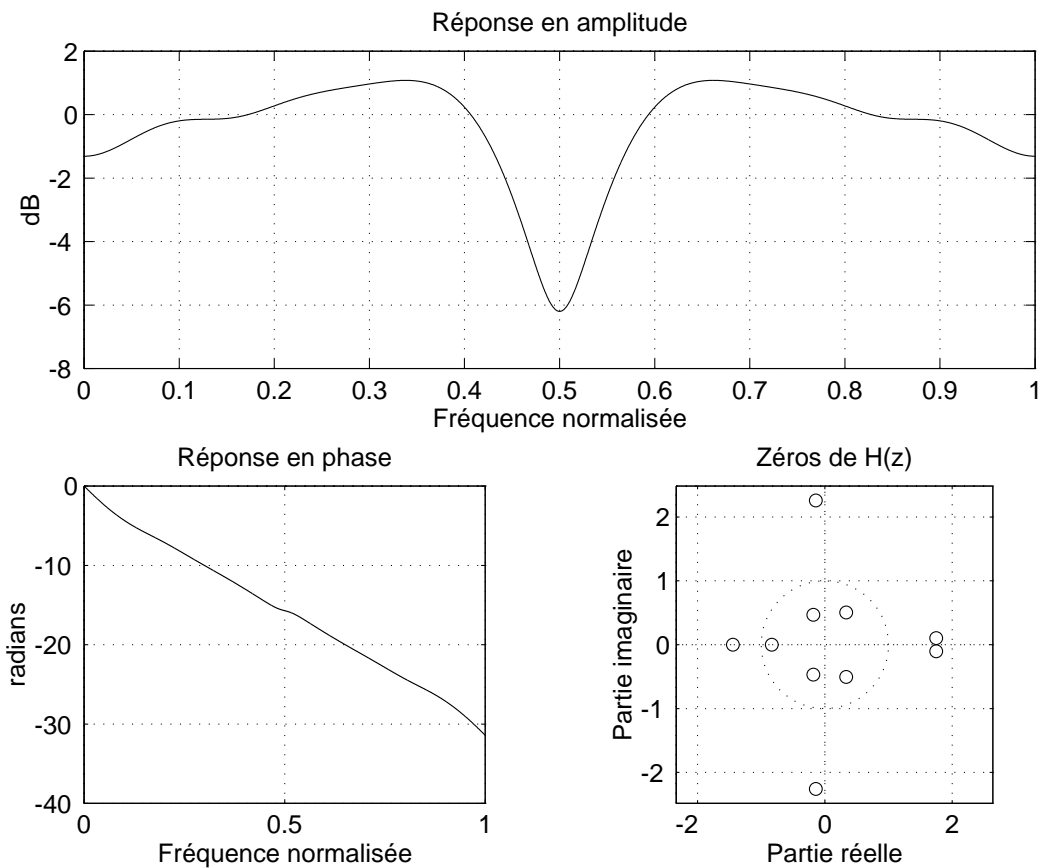


Figure 2.13 Canal de Proakis "A"

Le canal de Proakis "B" [1]

Les coefficients $h[k]$ de ce canal, au nombre de trois, sont réels

$$\mathbf{H} = [0.407, 0.815, 0.407]^t$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées figure 2.14. Il possède deux zéros, dont l'un est à l'intérieur au cercle unité et l'autre est à l'extérieur. La réponse en amplitude de ce canal présente un évanouissement très profond et sa réponse en phase est quasi-linéaire.

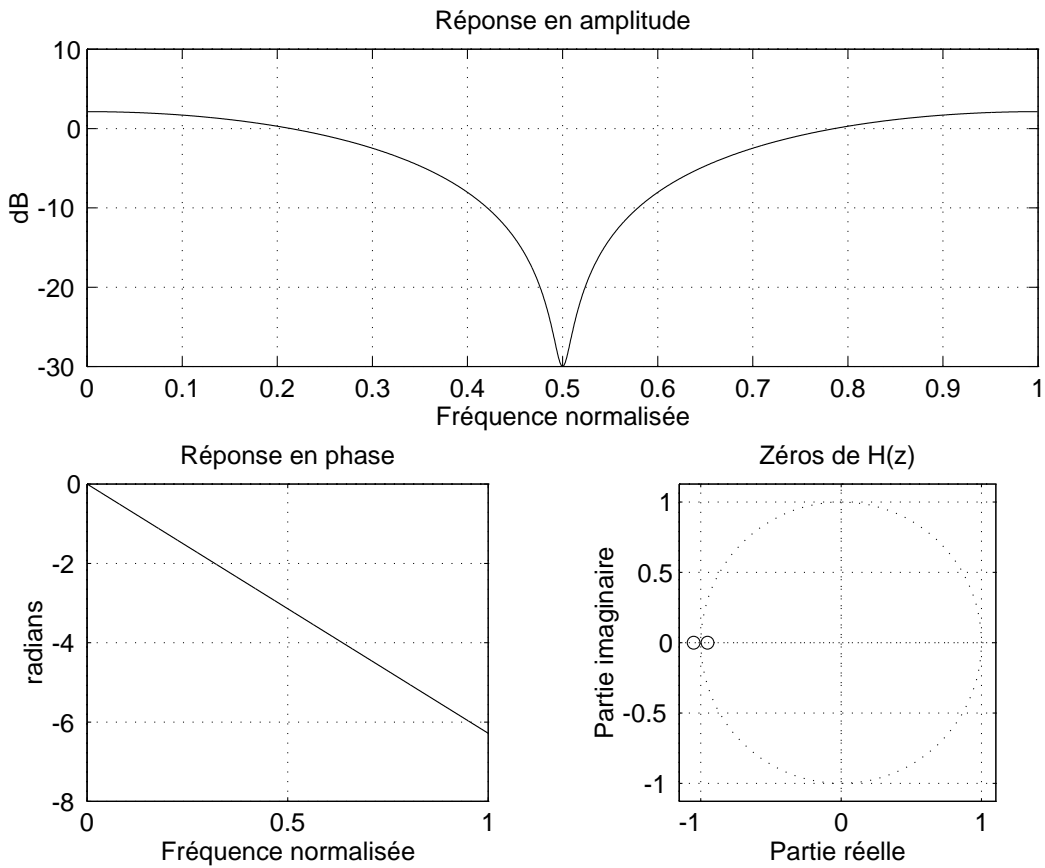


Figure 2.14 Canal de Proakis "B"

2.8.2 Décomposition spectrale de $\tilde{S}_{xx}(f)$

Dans le cas où le canal et le rapport signal à bruit sont connus, il est possible de déterminer la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{xx}(f)$ à partir de la relation (2.13). L'équation clé (2.16) définit $\tilde{G}_\lambda(f)$ comme étant la réponse du filtre à phase minimale construit à partir des zéros intérieurs au cercle unité de $\tilde{S}_{xx}(f)$. On peut déterminer les zéros de $\tilde{G}_\lambda(f)$ et par conséquent les coefficients de sa réponse impulsionnelle.

On a comparé pour les quatre canaux définis précédemment, les zéros de $G_\lambda(z)$ en l'absence de bruit et pour un rapport signal à bruit (SNR) de 15 dB. Les résultats sont présentés figure 2.15. On remarque qu'en fonction du rapport signal à bruit les zéros de $G_\lambda(z)$ changent de position.

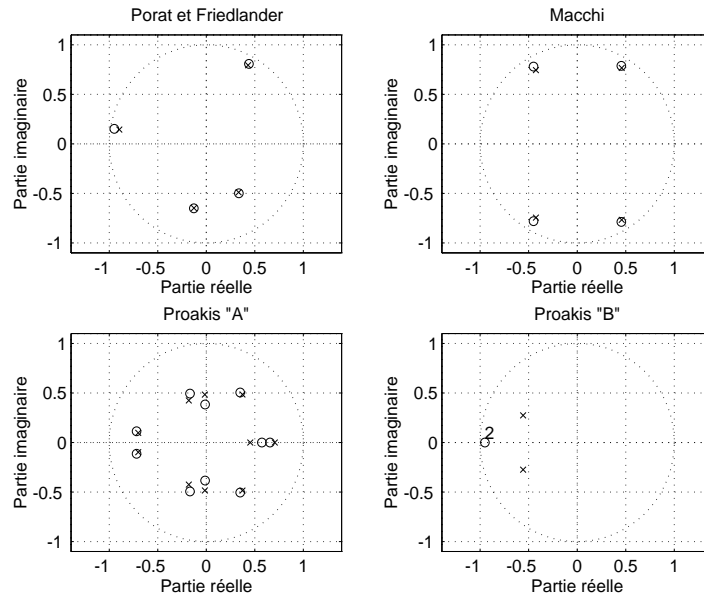


Figure 2.15 Zéros de $G_\lambda(z)$
 $\circ \rightarrow SNR = \infty$ $\times \rightarrow SNR = 15 \text{ dB}$

En considérant la relation (2.21), on peut calculer les valeurs S_∞ et S_{15} pour les quatre canaux proposés. Le tableau 2.1 montre une variation parfois importante de la constante S_λ en fonction du canal considéré. Les performances optimales pour ces canaux seront donc différentes.

Canal	Porat et Friedlander	Macchi	Proakis "A"	Proakis "B"
S_∞	0,6037	0,4722	0,8279	0,1837
S_{15}	0,6704	0,54	0,8751	0,4312

Tableau 2.1 Variation de S_λ en fonction du canal

2.8.3 Calcul des performances des égaliseurs

Les performances optimales des égaliseurs en terme d'EQM peuvent être calculées à partir de la relation (2.36) pour le DFE et de la relation (2.38) pour l'annuleur d'interférences. Le calcul de l'EQM pour un égaliseur linéaire ne conduit pas à une expression littérale simple. En effet, en tenant compte de la relation (2.16), l'expression (2.28) de l'EQM pour un égaliseur linéaire optimal est de la forme :

$$EQM_{LE} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{S_\lambda} T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{1}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} df \quad (2.41)$$

L'évaluation de la relation (2.41) nécessite le calcul de l'intégrale de $1 / |\tilde{G}_\lambda(f)|^2$ sur la bande de Nyquist. Ce calcul est obtenu numériquement en fonction des caractéristiques du canal. Les résultats obtenus pour les divers égaliseurs étudiés sont présentés tableau 2.2, pour un rapport signal à bruit d'entrée de 15 dB.

Canal	Porat et Friedlander	Macchi	Proakis "A"	Proakis "B"
EQM_{IE} en dB	-10,69	-9,38	-12,88	-6,1
EQM_{DEF} en dB	-13,26	-12,32	-14,42	-11,34
EQM_{AI} en dB	-15,13	-15,13	-15,13	-15,13

tableau 2.2 Performances des égaliseurs optimaux en termes d'EQM pour un SNR d'entrée de 15 dB

On notera que l'expression de l'EQM obtenue avec un égaliseur linéaire comme avec un DFE, est fonction de $1 / S_\lambda$. Les performances sont donc meilleures lorsque cette valeur est proche de 1. L'EQM avec l'annuleur d'interférences ne dépendant que du rapport signal à bruit, elle est identique pour tous les canaux. Dans le cas où les données $\bar{d}[n]$ sont connues avec une bonne fiabilité, cet égaliseur est le plus performant.

2.8.4 Validation des modèles théoriques (canal de Porat et Friedlander)

Afin de valider les modèles théoriques décrits dans ce chapitre, nous allons calculer les réponses impulsionnelles des différents égaliseurs étudiés et examiner leurs performances pour une transmission numérique en modulation de phase à 4 états (MAQ4) sur le canal de Porat et Friedlander.

Nous avons montré qu'il était possible de calculer $\tilde{G}_\lambda(f)$ en fonction de la réponse du canal de transmission et de la variance du bruit. Il va donc être possible de déterminer le développement en série de $1/\tilde{G}_\lambda(f)$ en fonction des zéros de $\tilde{G}_\lambda(f)$. En effet, en tenant compte de la relation (2.12), on peut écrire :

$$\frac{1}{G_\lambda(z)} = \prod_{m=1}^M \frac{1}{(1 - \alpha_{\lambda,m} z^{-1})} \quad \text{avec } |\alpha_{\lambda,m}| < 1 \quad (2.42)$$

L'expression $1/\tilde{G}_\lambda(f)$ est un produit de fonction de transfert que l'on peut développer en série. La relation (2.42) devient :

$$\frac{1}{G_\lambda(z)} = \lim_{K \rightarrow \infty} \prod_{m=1}^M \sum_{k=0}^K (\alpha_{\lambda,m})^k z^{-k} \quad (2.43)$$

Pour une valeur K donnée suffisamment grande il est possible de déterminer avec une bonne précision les réponses des filtres numériques théoriques constituant les égaliseurs. Pour les simulations nous avons pris K égal à 200 et nous avons considéré un SNR égal à 15dB. Les performances sont données en termes d'Erreur Quadratique (EQ) et d'Erreur Quadratique Moyenne moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par les expressions suivantes :

$$EQ_n = |d[n] - y[n]|^2 \quad (2.44)$$

$$EQM_n = \varepsilon EQM_{n-1} + (1 - \varepsilon) EQ_n \quad (2.45)$$

où ε est un facteur d'oubli égal à 0,99.

L'EQM est comparée aux valeurs théoriques contenues dans le tableau 2.2 et repérées par un trait pointillé sur les graphes.

Égaliseur transverse linéaire

En tenant compte des relations (2.43) et (2.30), les coefficients optimaux de l'égaliseur sont calculés numériquement à partir de la relation (2.27). L'égaliseur transverse linéaire est alors modélisé par un filtre de type RIF dont la longueur dépend des zéros du canal. Sur la figure 2.16, nous avons représenté, pour le canal de Porat et Friedlander, la partie réelle et la partie imaginaire de la réponse impulsionnelle de l'égaliseur transverse linéaire.

Comme le montre la figure 2.16, la réponse impulsionnelle de l'égaliseur transverse linéaire est longue. Le nombre de coefficients de l'égaliseur devra être de l'ordre de soixante dix si l'on désire obtenir des performances proches de l'optimum. En outre, les coefficients de l'égaliseur sont complexes.

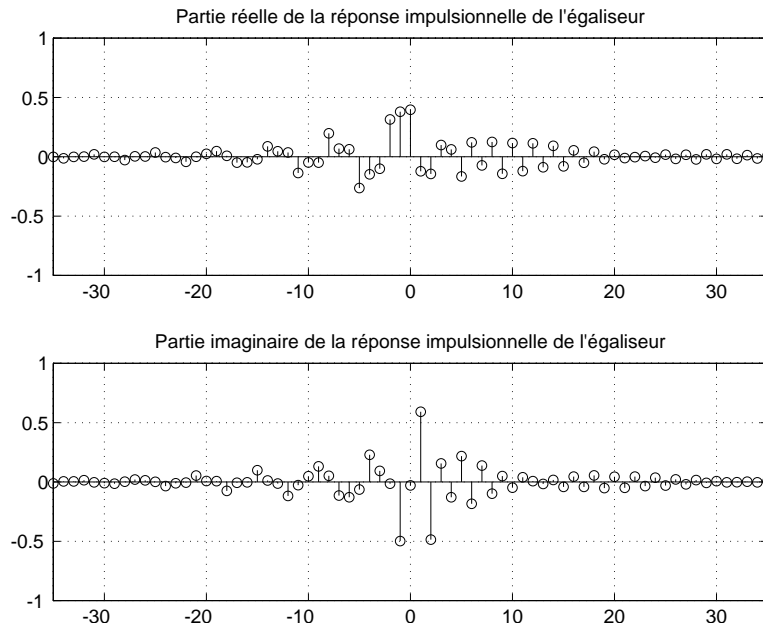


Figure 2.16 Réponse impulsionnelle de l'égaliseur transverse linéaire correspondant au canal de Porat et Friedlander avec un SNR de 15 dB

Sur la figure 2.17, nous avons présenté un exemple de constellation avant et après égalisation, ainsi que les courbes de l'EQ et de l'EQM en fonction du nombre de durée symbole.

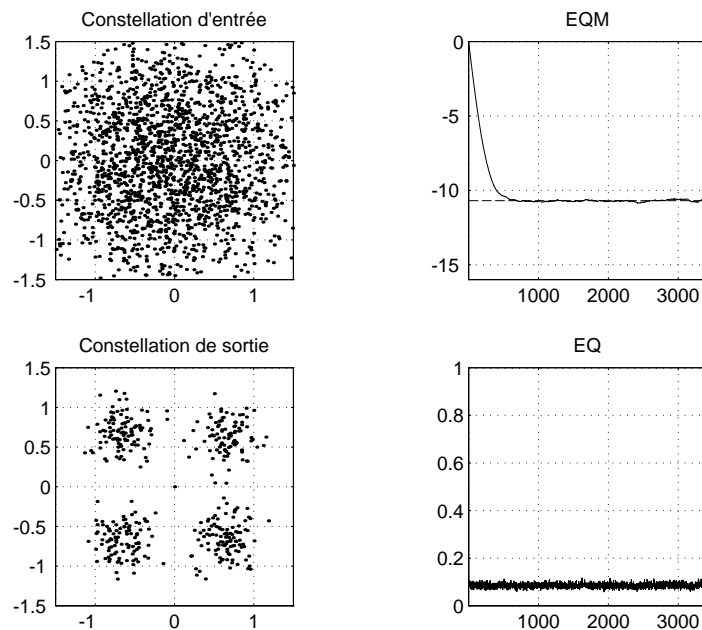


Figure 2.17 Égalisation transverse linéaire du canal de Porat et Friedlander pour un SNR de 15 dB

On notera que la constellation après égalisation n'est pas parfaite et que des erreurs de décision en sortie de l'égaliseur sont probables. Concernant l'EQM, on notera qu'elle atteint sa valeur optimale après environ 500 durées symboles.

Égaliseur récursif linéaire

En tenant compte de la structure présentée figure 2.6, l'égaliseur récursif linéaire peut se décomposer en deux filtres numériques, l'un RII et l'autre RIF. Le filtre transverse de type RIF est obtenu à partir du développement en série de la relation (2.31) et sa longueur dépend du nombre des zéros du canal. Le filtre de type RII est un filtre récursif dont les coefficients sont ceux de $G_\lambda(z)$. Sur la figure 2.18, nous avons représenté les réponses impulsionnelles des filtres RII et RIF de l'égaliseur.

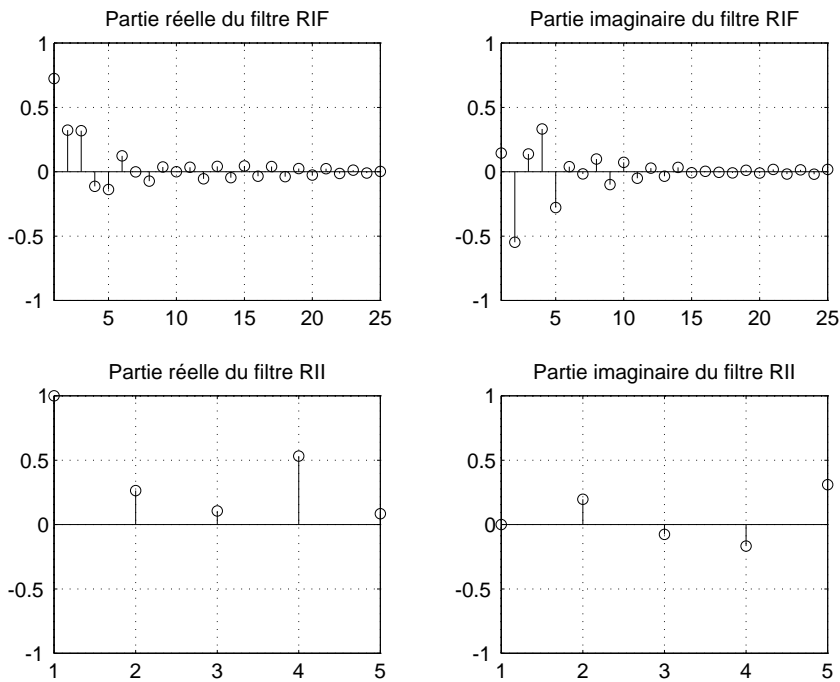


Figure 2.18 Réponse impulsionnelle de l'égaliseur récursif linéaire correspondant au canal de Porat et Friedlander pour un SNR de 15 dB

En comparant les figures 2.16 et 2.18, on peut vérifier que le nombre de coefficients d'un égaliseur récursif linéaire est inférieur à celui d'un égaliseur linéaire transverse pour des performances identiques.

Nous avons montré au paragraphe 2.4.2 que le signal en sortie du filtre récursif était blanc. Le filtre RII égalise le canal en amplitude et le filtre RIF est un filtre passe-tout lorsque le canal est non bruité.

Sur les figures 2.19 et 2.20, nous avons respectivement tracé les réponses en fréquence des ensembles "canal-prédicteur" et "canal-égaliseur", pour un canal de Porat et Friedlander non bruité.

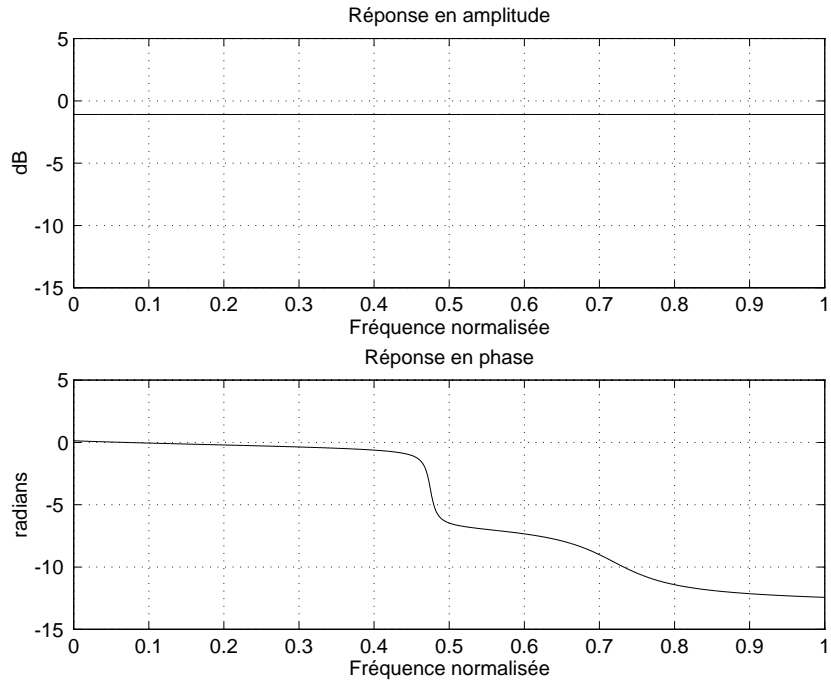


Figure 2.19 Réponse fréquentielle en sortie de l'innovateur pour le canal de Porat et Friedlander non bruité

Le canal en sortie de l'innovateur est égalisé en amplitude, à un gain constant près. L'amplitude de l'ensemble "canal-innovateur" est constante (figure 2.19).

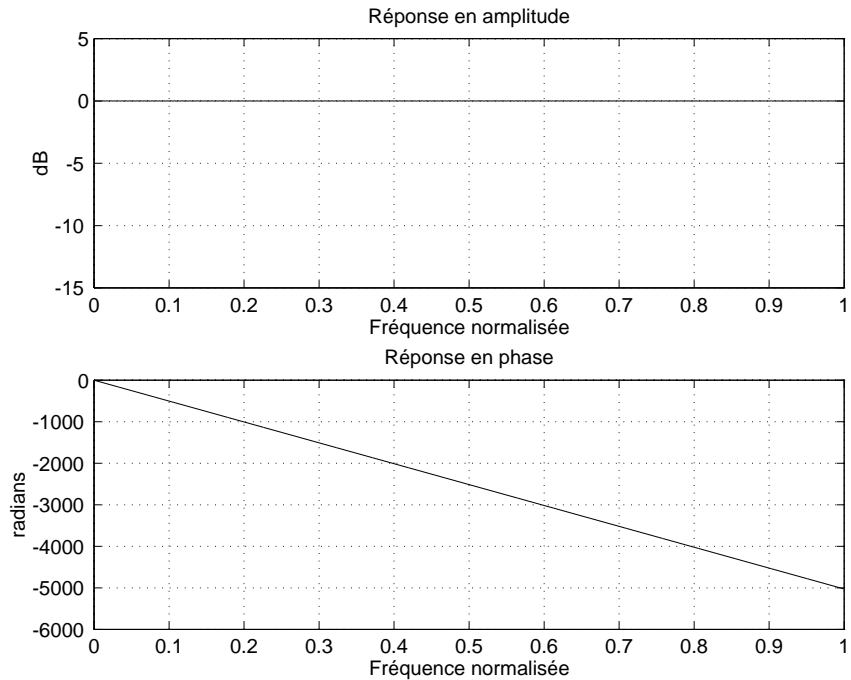


Figure 2.20 Réponse fréquentielle en sortie de l'égaliseur récursif linéaire pour le canal de Porat et Friedlander non bruité

Le filtre RIF compense la distorsion en phase. En sortie de l'égaliseur (figure 2.20), la phase est linéaire et correspond à un retard constant.

L'égaliseur non linéaire DFE

Dans le cas du DFE présenté figure 2.7, les filtres numériques constituant l'égaliseur ont même réponse impulsionnelle que les filtres RII et RIF de l'égaliseur récursif linéaire (voir figure 2.18).

Sur la figure 2.21, nous avons représenté la constellation avant et après égalisation ainsi que l'EQ et l'EQM en sortie du DFE.

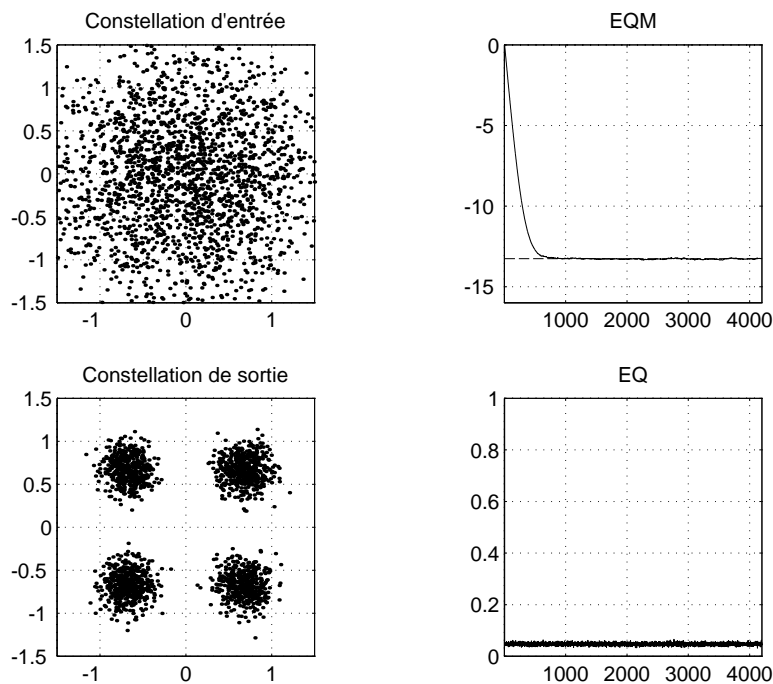


Figure 2.21 *Égalisation du type DFE du canal de Porat et Friedlander pour un SNR de 15 dB*

D'après les figures 2.17 et 2.21, on peut remarquer que les performances du DFE sont nettement supérieures à celles d'un égaliseur linéaire. En effet, l'EQM du DFE atteint sa valeur théorique égale à -13,26 dB, alors qu'elle n'était que de -10,69 dB pour l'égaliseur linéaire. On notera aussi que la constellation en sortie du DFE ne devrait pas engendrer d'erreurs de décisions, ce qui n'était pas le cas pour l'égaliseur linéaire (voir figure 2.17).

Pour un DFE type Belfiore et Park présenté figure 2.9, l'EQM en sortie est identique à celle d'un DFE classique.

Les résultats présentés supposent que $\hat{d}[n] = d[n]$. Dans le cas où cette hypothèse n'est plus respectée, c'est-à-dire lorsque le canal est difficile ou lorsque le rapport signal à bruit est faible, il peut y avoir des phénomènes de propagation d'erreurs.

Annuleur d'interférences

Les filtres constituant l'annuleur d'interférences sont des filtres de type RIF dont les réponses impulsionnelles sont représentées figure 2.22. L'un correspond au filtre adapté et l'autre au filtre annuleur possédant la propriété de symétrie hermitienne.

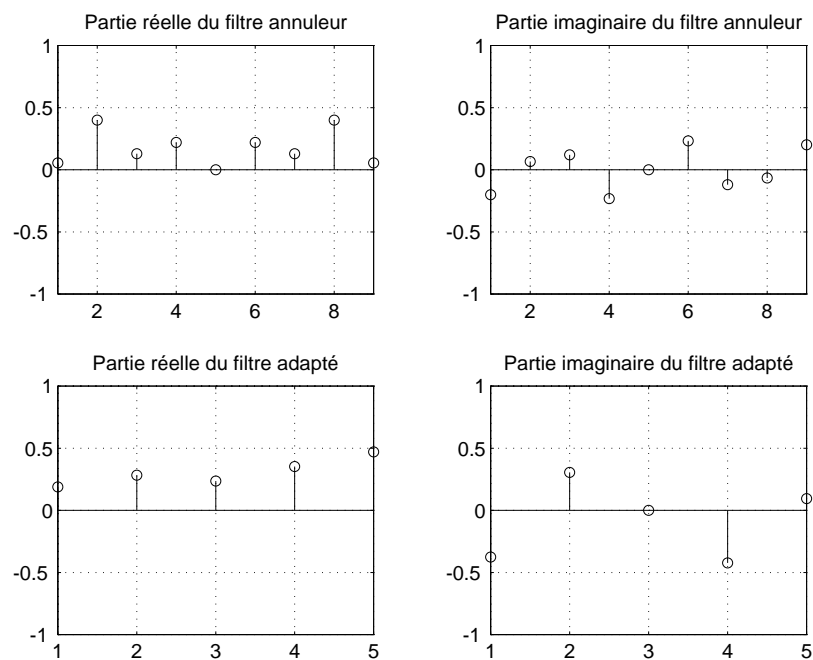


Figure 2.22 Réponse impulsionnelle de l'annuleur d'interférences correspondant au canal de Porat et Friedlander pour un SNR de 15 dB

Sur la figure 2.23, nous avons représenté la constellation avant et après égalisation ainsi que l'EQ et l'EQM.

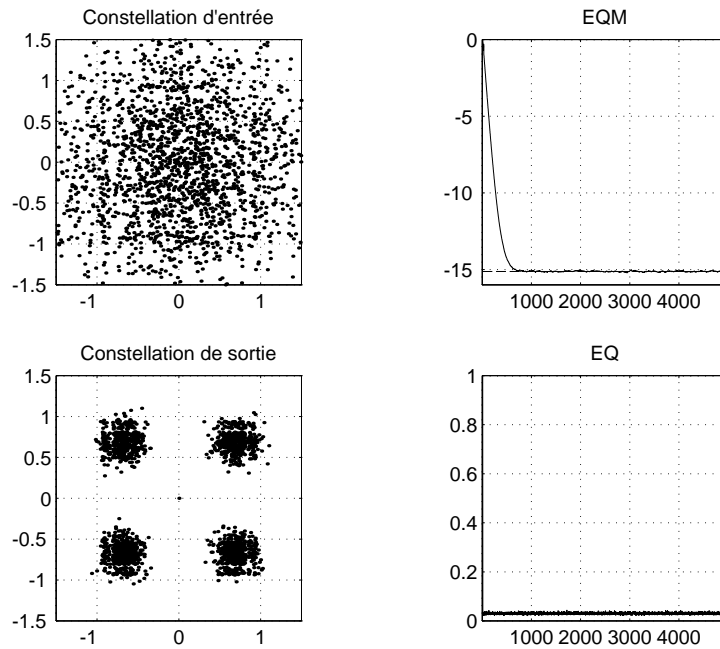


Figure 2.23 Égalisation du type annuleur d'interférences du canal de Porat et Friedlander pour un SNR de 15 dB

Après 500 durées symboles, l'EQM atteint sa valeur théorique optimale, soit -15,13 dB. La constellation égalisée ne devrait pas conduire à des erreurs de décisions.

Aucun des filtres de l'annuleur d'interférences n'étant obtenu à partir d'un développement en série (pas d'approximation), ce type d'égaliseur est optimal. On rappelle aussi que l'annuleur d'interférences permet de supprimer toute l'interférence entre symboles sans remonter le niveau du bruit sous l'hypothèse d'avoir $\bar{d}[n] = d[n]$

2.9 Conclusion sur les résultats théoriques

Le but de ce chapitre était de définir théoriquement les différentes structures d'égaliseurs, d'en donner les principales propriétés et d'en chiffrer les performances.

Nous avons préalablement défini l'égaliseur linéaire qui peut être réalisé soit par une structure transverse soit par une structure récursive et dont les performances s'avèrent être médiocres lorsque les canaux de transmission sont difficiles. Nous avons montré que l'égaliseur transverse linéaire est une approximation de l'égaliseur récursif linéaire. Il nécessite de ce fait un nombre de coefficients plus important que l'égaliseur récursif, pour des performances identiques, et l'actualisation de ses coefficients en version adaptative nécessitera une charge de calcul plus importante.

Nous avons ensuite étudié les différentes structures possibles pour la réalisation des égaliseurs non linéaires. La structure la plus utilisée, appelée DFE, permet d'obtenir de bonnes performances même sur des canaux très sélectifs en fréquence. Nous avons montré l'équivalence du filtre prédictif de l'innovateur avec le filtre arrière du DFE. On démontre ainsi qu'**un égaliseur récursif linéaire dont la partie récursive est un innovateur possède des filtres identiques à ceux d'un DFE optimal.**

Pour terminer, nous avons décrit une structure de type annuleur d'interférences qui, dans le cas où les données décidées sont supposées correctes, permet d'évincer totalement l'interférence entre symboles sans relever le niveau de bruit. On obtient alors les mêmes performances que celles d'un canal gaussien sans interférences entre symboles.

Pour illustrer ces résultats théoriques nous avons testé nos égaliseurs sur un canal test de Porat et Friedlander en considérant une transmission en modulation de phase à 4 états. Les résultats de simulations valident nos modèles théoriques tant au niveau des réponses impulsionnelles des égaliseurs que des performances obtenues en terme d'EQM.

CHAPITRE 3

ÉGALISATION ADAPTATIVE AUTODIDACTE

3.1 Introduction à l'égalisation autodidacte

Nous avons, au chapitre précédent, défini plusieurs structures optimales d'égaliseurs (linéaires et non linéaires) au sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne. Pour déterminer ces structures nous avons supposé que le canal était a priori connu du récepteur, ce qui n'est généralement pas le cas. Il s'avère alors indispensable de définir des algorithmes qui permettent d'évaluer les coefficients optimaux des égaliseurs sans la connaissance de la fonction de transfert du canal. Pour cela, on définit des fonctions coûts dont la minimisation conduit à la solution optimale recherchée. Parmi les nombreuses techniques adaptatives employées pour évaluer les coefficients d'un égaliseur nous n'aborderons que celles utilisées dans le cadre de l'exposé. On trouvera dans [1][18][19] un développement approfondi des méthodes adaptatives.

Les techniques adaptatives peuvent être utilisées lorsque le canal de transmission est inconnu qu'il soit stationnaire ou non. Les algorithmes d'adaptation utilisent classiquement une séquence d'apprentissage (séquence de données de durée limitée connue du récepteur) pour initialiser la convergence. Après la phase d'apprentissage l'égaliseur est supposé correctement adapté, et les données décidées présentent un taux d'erreurs faible. Dès lors l'adaptation est pilotée par les décisions prises par le récepteur. On est donc passé d'un mode d'apprentissage à un mode de poursuite piloté par décisions (en anglo-américain Decision Directed (DD)).

En égalisation autodidacte (aveugle) l'approche est différente au sens où il n'existe pas de séquences d'apprentissage. La seule connaissance a priori disponible au niveau du récepteur est la statistique du signal émis. Ainsi, pour initialiser la convergence de l'égaliseur, on définit des algorithmes basés sur les propriétés statistiques du signal émis. On notera que dans le cas d'un égaliseur monocapteur, synchrone (l'égaliseur ne possède qu'un échantillon par durée symbole) et lorsque le canal n'est pas à minimum de phase, cette théorie nécessite la connaissance des moments d'ordre supérieur à deux.

Les algorithmes adaptatifs autodidactes ont fait l'objet de nombreuses études dont nous allons dans un premier temps recenser les principales. Nous rappelons que dans cette thèse nous nous plaçons dans l'optique d'un égaliseur monocapteur synchrone.

3.2 État de l'art en égalisation autodidacte

L'approche traditionnelle en égalisation autodidacte consiste à choisir un égaliseur transverse linéaire et à utiliser des algorithmes adaptatifs minimisant des fonctions de coûts basées sur les statistiques des données émises. Pour un égaliseur de longueur finie, ce qui est nécessairement le cas en pratique, la plupart de ces algorithmes peuvent présenter des minimums locaux. Dès lors les algorithmes ne convergent pas vers les solutions optimales recherchées. On pourra citer quelques algorithmes autodidactes tels que ceux de Sato [20], Picchi et Prati [21], Godard [22], Shalvi et Wienstein [23], Benveniste et Goursat [24].

Les égaliseurs transverses autodidactes présentent généralement des convergences lentes et des performances en régime établi nettement inférieures à celles d'un DFE piloté par décisions. Pour cette raison, plusieurs auteurs [25][26] ont cherché à réaliser un DFE autodidacte. Cependant les résultats obtenus restent insuffisant tant au niveau de l'analyse que de la réalisation. La principale raison est la difficulté à tenir compte du phénomène de propagation d'erreurs durant la phase de convergence des algorithmes. En effet, dans la phase de convergence, les erreurs de décisions étant nombreuses elles ont pour effet de perturber le processus d'adaptation. Il n'est donc pas possible lorsque le canal est fortement sélectif en fréquence d'utiliser un algorithme piloté par décisions pour initialiser les coefficients d'un DFE.

Certains auteurs se sont alors intéressés aux possibilités de passer d'une structure réursive linéaire autodidacte à une structure non linéaire. Ainsi Macchi et al en 1986 [27] proposent un égaliseur autodidacte basé sur un principe de prédiction commutant dans une seconde phase vers une structure non linéaire. De cette première approche découle plusieurs articles [17][28][29][30] surtout orientés vers l'actualisation autodidacte des structures récursives linéaires. Dans la publication proposée en 1994 par Faria Da Rocha et al [30] l'égaliseur est éclaté en une cascade comprenant un innovateur, un contrôle automatique de gain et un filtre passe-tout récuratif. Cet égaliseur présente d'excellentes propriétés en termes de rapidité de convergence mais la stabilité du filtre passe-tout récuratif n'est pas garantie.

En nous appuyant sur ces travaux, nous avons proposé [33] un DFE autodidacte doté d'une structure variable en fonction du degré de déconvolution du canal. Cet égaliseur est récursif linéaire autodidacte dans sa phase de convergence et non linéaire piloté par décisions dans sa phase de poursuite. L'indice de mesure de déconvolution du canal est obtenu en comparant l'EQM estimée à un seuil.

L'égaliseur récursif linéaire autodidacte (phase de convergence) est obtenu en remplaçant le filtre passe-tout de [30] par un filtre transverse afin de garantir sa stabilité. Le filtre récursif est placé devant le filtre transverse et blanchit sa sortie, c'est donc un innovateur dont nous avons montré (chapitre 2) que sa partie récursive est identique au filtre arrière d'un DFE conventionnel. Le filtre transverse de notre égaliseur, placé après l'innovateur, a pour fonction d'éliminer l'interférence entre symboles résiduelle. Dans ce cas l'égaliseur récursif linéaire adopte un critère d'annulation de l'interférence entre symboles dont la solution optimale est différente de celle obtenue par le critère de l'erreur quadratique moyenne. Toutefois, lorsque le rapport signal à bruit est suffisamment élevé la solution obtenue est proche du filtre avant du DFE conventionnel. Ainsi, dès lors que le taux d'erreurs en sortie de l'égaliseur récursif linéaire est faible, il est possible de commuter vers un DFE piloté par décisions en plaçant le filtre transverse devant le filtre récursif que l'on force alors à être non linéaire (phase de poursuite). On notera que la commutation est totalement réversible c'est-à-dire qu'il est possible de revenir en phase de convergence lorsque le taux d'erreurs devient trop important. Cette réversibilité structurelle rend notre DFE très robuste face aux non stationnarités du canal.

L'objet de cette thèse consiste à généraliser et approfondir l'étude du DFE autodidacte proposé dans [33] pour le cas d'un signal bruité.

Nous allons maintenant présenter un algorithme d'adaptation parmi les plus utilisés du fait de sa simplicité de mise en oeuvre : l'algorithme du gradient stochastique.

3.3 Algorithme du gradient stochastique

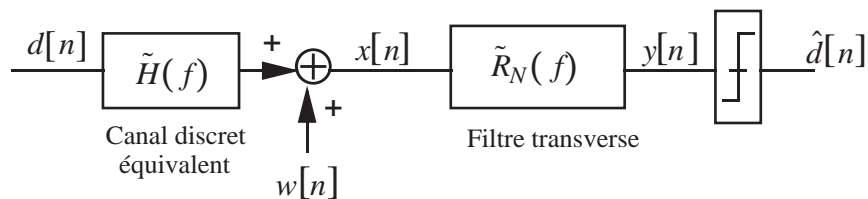


Figure 3.1 Égaliseur transverse linéaire

Pour présenter l'algorithme du gradient stochastique nous allons considérer un égaliseur transverse de type RIF présenté figure 3.1 dont les coefficients à l'instant n sont donnés par un vecteur \mathbf{R}_n de dimension $2N + 1$ où :

$$\mathbf{R}_n = [r_n[-N], \dots, r_n[0], \dots, r_n[N]]^t \quad (3.1)$$

et t désigne la transposition.

Dans le cas de l'égaliseur transverse linéaire de la figure 3.1, la sortie $y[n]$ est donnée par l'équation :

$$y[n] = \mathbf{R}_n^t \mathbf{X}_n \quad (3.2)$$

où \mathbf{X}_n est le vecteur des échantillons présents dans l'égaliseur à l'instant n :

$$\mathbf{X}_n = [x[n+N], \dots, x[n], \dots, x[n-N]]^t \quad (3.3)$$

Soit une fonction de coût $J(\mathbf{R})$ que l'on cherche à minimiser dépendant des coefficients de l'égaliseur. Cette fonction est minimale lorsque son gradient par rapport au vecteur des coefficients s'annule :

$$\nabla_{\mathbf{R}} J(\mathbf{R}) = 0 \quad (3.4)$$

où le gradient est défini par le vecteur suivant :

$$\nabla_{\mathbf{R}} J(\mathbf{R}) = \left[\frac{\partial J(\mathbf{R})}{\partial r[-N]}, \dots, \frac{\partial J(\mathbf{R})}{\partial r[0]}, \dots, \frac{\partial J(\mathbf{R})}{\partial r[N]} \right]^t \quad (3.5)$$

L'algorithme du gradient stochastique est alors défini par la relation suivante :

$$\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_n - \mu_{\mathbf{R}} \hat{\nabla}_{\mathbf{R}} J(\mathbf{R}_n) \quad (3.6)$$

où $\hat{\nabla}_{\mathbf{R}} J(\mathbf{R}_n)$ représente l'estimation stochastique du gradient défini par la relation (3.5) et $\mu_{\mathbf{R}}$ représente le pas d'adaptation.

Cet algorithme du gradient stochastique permet une adaptation itérative des coefficients de l'égaliseur. La vitesse de convergence des coefficients vers la solution optimale (minimum de la fonction de coût) dépend de la valeur du pas d'adaptation.

Nous allons maintenant présenter quelques algorithmes dont les fonctions de coûts sont parmi les plus couramment utilisées.

3.3.1 Algorithme adaptatif LMS

Pour cet algorithme la fonction de coût est égale à l'erreur quadratique entre la sortie de l'égaliseur $y[n]$ et la donnée émise $d[n]$:

$$J_{LMS-DA}(\mathbf{R}) = E \left\{ d[n] - y[n] \right\}^2 \quad (3.7)$$

Cet algorithme d'adaptation est appelé en anglo-américain Least Mean Square - Data Aided (LMS-DA) et est défini par l'expression :

$$\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_n + \mu_{\mathbf{R}} \mathbf{X}_n^* (d[n] - y[n]) \quad (3.8)$$

Cet algorithme converge vers une solution unique qui coïncide avec la solution optimale au sens de la minimisation de l'EQM. Toutefois ses performances ne sont pas optimales du fait du bruit dû à l'adaptation des coefficients, appelé bruit de gradient. Ce bruit est d'autant plus faible que la valeur du pas d'adaptation $\mu_{\mathbf{R}}$ est petite. En contre partie le choix d'un pas d'adaptation petit a pour effet de ralentir la vitesse de convergence.

Dans le cas où les données sont inconnues du récepteur, on utilise les données décidées et la nouvelle fonction de coût est alors égale à :

$$J_{LMS-DD}(\mathbf{R}) = E \left\{ \hat{d}[n] - y[n] \right\}^2 \quad (3.9)$$

Dans ce cas l'algorithme d'adaptation est appelé en anglo-américain Least Mean Square - Decision Directed (LMS-DD) et est défini par :

$$\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_n + \mu_{\mathbf{R}} \mathbf{X}_n^* (\hat{d}[n] - y[n]) \quad (3.10)$$

L'algorithme LMS-DD est généralement plus bruité que l'algorithme LMS-DA du fait de la présence possible d'erreurs de décisions. De plus, lorsque les erreurs de décisions sont nombreuses cet algorithme peut avoir des minimums locaux et ne pas

converger vers la solution recherchée. C'est une raison pour laquelle cet algorithme n'est généralement pas utilisé en phase de convergence.

3.3.2 Algorithme de Godard [22]

L'algorithme de Godard est le plus couramment utilisé en égalisation autodidacte. Il ne nécessite ni la connaissance des données émises, ni celle des données décidées.

La fonction de coût utilisée, appelée fonction de dispersion d'ordre p est la suivante :

$$J_{Godard}^p(\mathbf{R}) = E \left\{ \left(|y[n]|^p - \gamma_p \right)^2 \right\} \quad (3.11)$$

où γ_p est une constante réelle définie par :

$$\gamma_p = \frac{E \left\{ |d_n|^{2p} \right\}}{E \left\{ |d_n|^p \right\}} \quad (3.12)$$

La fonction de dispersion d'ordre 2 ($p=2$) est la plus utilisée en pratique, et l'algorithme d'adaptation est alors défini par :

$$\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_n + 2\mu_{\mathbf{R}} \mathbf{X}_n^* y[n] \left(\gamma_2 - |y[n]|^2 \right) \quad (3.13)$$

L'algorithme de Godard a été étendu puis rebaptisé en anglo-américain Constant Modulus Algorithm (CMA). Il est important de noter que cet algorithme ne converge pas vers la solution optimale au sens de la minimisation de l'EQM et qu'il peut présenter des minimums locaux notamment pour un nombre de coefficients restreint.

Avec cet algorithme autodidacte, le module du signal de sortie de l'égaliseur tend vers une constante. Il subsiste en général une éventuelle erreur de phase que l'on doit estimer et compenser. Il est donc nécessaire de faire suivre l'égaliseur d'un circuit de récupération de porteuse, généralement piloté par un algorithme de type LMS-DD.

L'algorithme de Godard est très bruyant par rapport aux algorithmes de type LMS. Pour remédier à cela des auteurs [24][32] ont proposé des techniques permettant de passer de l'algorithme de Godard à un algorithme LMS-DD sur la base d'un critère donné.

3.3.3 Algorithme de commutation Godard -> LMS-DD

Le passage de la phase de convergence (algorithme de type Godard) vers la phase de poursuite (algorithme de type LMS-DD) et inversement peut s'effectuer par exemple sur un critère de performance. Un critère consiste à comparer l'EQM estimée à un seuil, noté J_0 .

L'EQM estimée est définie par l'expression suivante :

$$E\hat{Q}M_n = (1 - \varepsilon) E\hat{Q}M_{n-1} + \varepsilon \left| \hat{d}[n] - y[n] \right|^2 \quad (3.14)$$

Lorsque $E\hat{Q}M_n$ est supérieure à J_0 , l'égaliseur est en phase de convergence et lorsque $E\hat{Q}M_n$ est inférieur à J_0 , l'égaliseur passe en phase de poursuite.

Dans certains cas, par exemple lorsque le taux d'erreurs est élevé, l'EQM estimée peut être assez éloignée de l'EQM vraie. Il peut être alors nécessaire d'utiliser comme critère de performance le Kurtosis [23]. Ce critère, déterminé à partir des moments d'ordre supérieur, permet d'obtenir le degré de déconvolution d'un canal. Malheureusement, son estimation est souvent bruitée et ne renseigne pas d'une éventuelle rotation de phase de la constellation.

La commutation des algorithmes d'adaptation est possible lorsque les égaliseurs en phase de convergence et de poursuite convergent vers des solutions proches.

3.3.4 Algorithme de récupération de porteuse

Lorsque l'oscillateur de réception est décalé en fréquence ou en phase par rapport à l'oscillateur d'émission, il devient nécessaire en pratique d'avoir recours à un système de récupération de porteuse. Cette fonction s'avère également nécessaire lorsque la

transmission est soumise à un effet Doppler ou lorsque l'on utilise certains algorithmes adaptatifs autodidactes (Godard par exemple).

La récupération de porteuse est réalisée en multipliant le signal d'entrée ou de sortie de l'égaliseur par $e^{-j\hat{\theta}[n]}$, où $\hat{\theta}[n]$ est la phase estimée à compenser. L'estimation de cette phase est obtenue à partir d'un algorithme adaptatif de type LMS associé à une boucle à verrouillage de phase du second ordre.

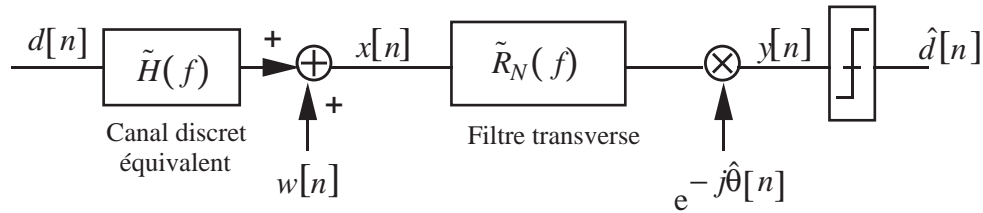


Figure 3.2 Schéma de principe d'un circuit de récupération de porteuse

Dans le cas où la fonction de coût utilisée est celle définie par la relation (3.9), l'algorithme d'estimation de l'erreur de phase a pour expression :

$$\hat{\theta}[n] = \hat{\theta}[n-1] + G_1 \Im m \{y[n] \hat{d}^*[n]\} + G_2 \sum_{l=0}^n \Im m \{y[n-l] \hat{d}^*[n-l]\} \quad (3.15)$$

où G_1 et G_2 sont deux constantes réelles et $\Im m$ désigne la partie imaginaire.

La phase $\theta[n]$, pour une modulation MAQ-M, est récupérée avec une ambiguïté de $k\pi/2$, $k = 0, 1, 2$ ou 3 . Cette ambiguïté conduit à des erreurs de décisions qui peuvent être levées en utilisant un codage différentiel des données à l'émission ou, en utilisant une séquence de synchronisation.

3.4 Égaliseur transverse linéaire autodidacte

En considérant les canaux présentés au paragraphe 2.8.1, nous allons maintenant évaluer les performances d'un égaliseur linéaire transverse actualisé à partir de l'algorithme LMS-DA ou de Godard.

Nous utilisons une modulation MAQ-4 et le rapport signal à bruit est de 15 dB. Les performances, présentées figure 3.3, sont données en termes d'EQM moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (2.45). Pour chaque tirage, on

considère qu'après la démodulation il existe une erreur de phase $\phi[n] = 2\pi\Delta FT + \Phi$, où Φ et ΔFT sont respectivement uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ et $[0, 1.10^{-3}]$.

Le nombre de coefficients de l'égaliseur linéaire transverse est fixé à 31. Le coefficient central est positionné à 1 et le pas d'adaptation est égal à 0,001. Les constantes G_1 et G_2 sont respectivement égale à 0,0199 et 0,0001.

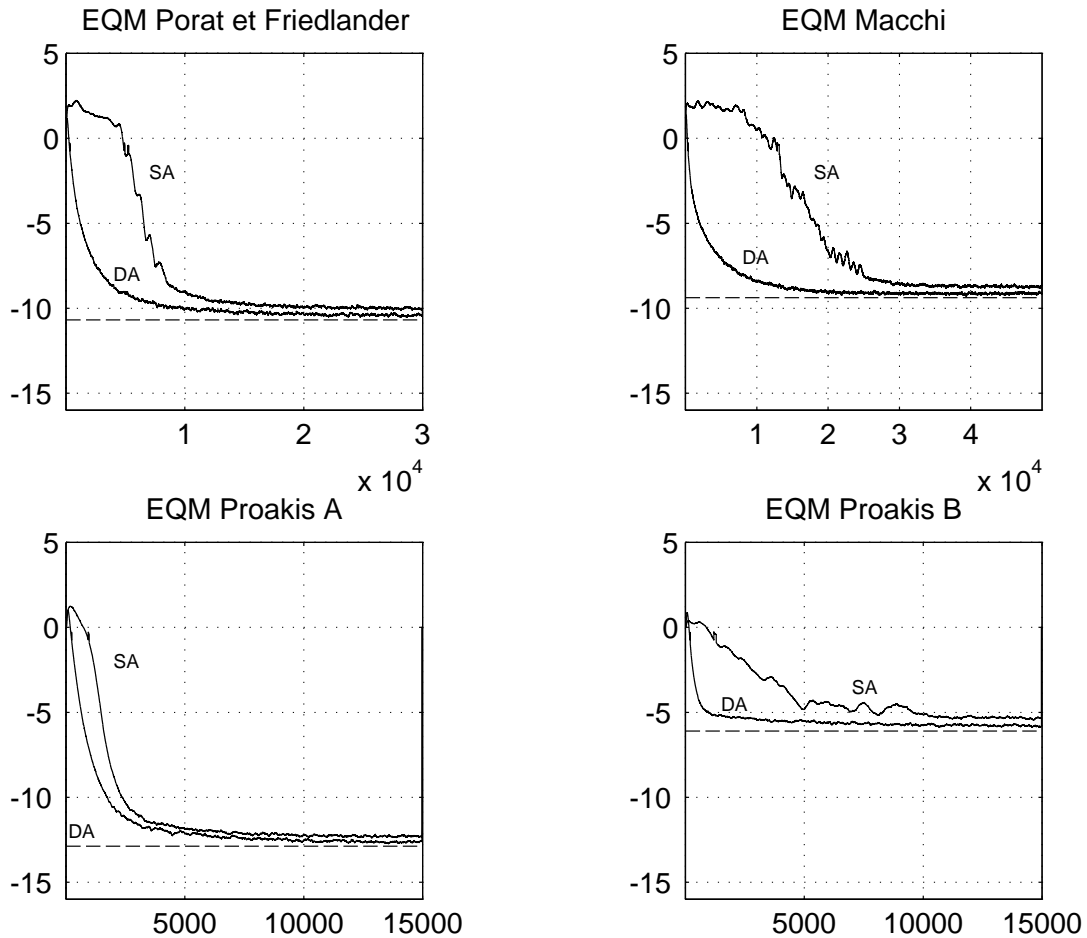


Figure 3.3 Performances d'un égaliseur transverse linéaire pour un SNR de 15 dB
SA : Self-Adaptive DA : Data-Aided

Lorsque l'égaliseur transverse linéaire est actualisé par l'algorithme de Godard (SA : Self adaptive) la convergence est parfois très lente (supérieure à 20000 itérations pour le canal de Macchi) et on peut noter une dégradation des performances en termes d'EQM de l'ordre de 1 dB par rapport aux limites théoriques (trait en pointillé). Lorsque l'égaliseur est piloté par un algorithme de type LMS-DA (DA : Data-Aided), la convergence est nettement plus rapide et les performances obtenues en régime de poursuite sont quasi-optimales.

Pour les quatre canaux testés, la période de convergence en mode autodidacte (algorithme de Godard) nécessite au moins 10000 itérations. Dans le but d'accélérer le processus de convergence, nous allons déterminer un égaliseur récursif linéaire actualisé par des algorithmes autodidactes appropriés permettant de diminuer de manière conséquente cette période de convergence.

3.5 Égaliseur récursif linéaire autodidacte

On se propose d'étudier un égaliseur récursif linéaire autodidacte et de définir les algorithmes permettant de faire converger cet égaliseur vers la structure optimale présentée figure 2.6, dont une structure équivalente est proposée figure 3.4. Nous allons montrer que **cette nouvelle structure d'égaliseur est composée d'un Égaliseur d'Amplitude (EA), d'un Contrôle Automatique de Gain (CAG), d'un Égaliseur de Phase proche d'un filtre passe-tout (EP) et d'une Récupération de Porteuse (RP).**

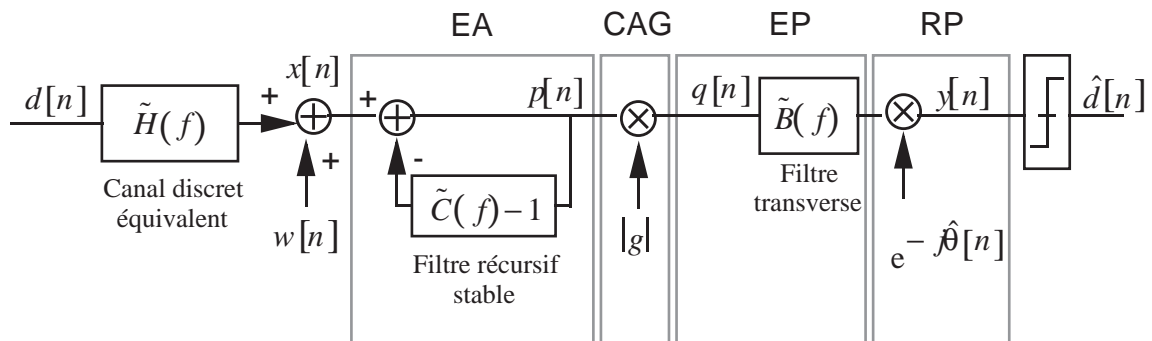


Figure 3.4 Structure de l'égaliseur récursif linéaire autodidacte

L'EA a pour fonction d'égaliser en amplitude le spectre du signal reçu $p[n]$, soit $|\tilde{S}_{pp}(f)|$ égal à une constante. Le rôle du CAG est de fixer g de manière à obtenir $|\tilde{S}_{qq}(f)| = \sigma_d^2$. L'égalisation en amplitude ayant été effectuée, le filtre transverse $\tilde{B}(f)$ sera proche d'un filtre passe-tout et aura pour fonction d'égaliser en phase le spectre en sortie de l'EP. Le circuit RP effectue une opération d'estimation puis de compensation de l'erreur de phase.

D'après les résultats du paragraphe 2.4.2, la réponse optimale $\tilde{C}_{opt}(f)$ du filtre $\tilde{C}(f)$ doit être égale à $\tilde{G}_\lambda(f)$. Les échantillons $p[n]$ en sortie du filtre récursif sont

alors orthogonaux et donc non corrélés (car centrés) et peuvent être calculés à partir de l'équation :

$$p[n] = x[n] - \mathbf{C}_n^t \mathbf{P}_n \quad (3.16)$$

où \mathbf{C}_n est le vecteur des coefficients du filtre prédictif :

$$\mathbf{C}_n = [c_n[1], \dots, c_n[M]]^t \quad (3.17)$$

et

$$\mathbf{P}_n = [p[n-1], \dots, p[n-M]]^t \quad (3.18)$$

L'adaptation des coefficients de l'EA peut être obtenue à partir d'une fonction de coût autodidacte définie par l'expression suivante :

$$J_{blanc}(\mathbf{C}) = E \left\{ p[n]^2 \right\} \quad (3.19)$$

L'équation d'actualisation des coefficients selon une procédure de type gradient stochastique peut alors être approximé par :

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n + \mu_C \mathbf{P}_n^* p[n] \quad (3.20)$$

A l'initialisation du système les coefficients de \mathbf{C}_0 sont tous nuls.

La minimisation de la fonction de coût définie par la relation (3.19) rend le vecteur \mathbf{P}_n orthogonal à l'erreur de prédiction $p[n]$. Les échantillons en sortie de l'EA sont alors orthogonaux entre eux ce qui a pour effet de blanchir la séquence $\{p[n]\}$, c'est-à-dire d'avoir $|\tilde{S}_{pp}(f)|$ égal à une constante.

Nous venons donc de démontrer que la minimisation de la fonction de coût (3.19) pour une procédure de type gradient stochastique permet de faire converger le filtre récursif vers une solution très proche de la solution optimale au sens de la minimisation de l'EQM définie paragraphe 2.4.2 et cela de manière autodidacte. Notons que l'adaptation de l'EA se faisant uniquement en fonction des échantillons présents à sa sortie, cela lui assure une bonne stabilité. D'après la relation (2.35), on déduit que la variance en sortie de l'EA est constante et égale à :

$$E \{ |p[n]|^2 \} = S_\lambda \quad (3.21)$$

Le CAG, noté $|g|$, a pour fonction de présenter en entrée de l'EP une séquence aléatoire blanche de variance σ_d^2 . Cette condition s'exprime par :

$$E \{ |q[n]|^2 \} = \sigma_d^2 \quad (3.22)$$

En tenant compte du fait que :

$$E \{ |q[n]|^2 \} = |g|^2 E \{ |p[n]|^2 \} \quad (3.23)$$

et des relations (3.21) et (3.22), on peut écrire :

$$|g|^2 = \frac{\sigma_d^2}{S_\lambda} \quad (3.24)$$

La quantité g peut être complexe. Pour des raisons pratiques nous allons considérer que le CAG est représenté par le module de g et que l'argument de g sera traité par la récupération de porteuse, notée RP.

En utilisant la relation (3.22), on peut déterminer la valeur du CAG de manière autodidacte.

En posant :

$$|g| = \sqrt{|G_n|} \quad (3.25)$$

l'algorithme d'adaptation proposé [17] est donné par la relation suivante :

$$G_n = G_{n-1} + \mu_G (\sigma_d^2 - |q[n]|^2) \quad (3.26)$$

Il est à noter que le CAG pourrait être intégré au filtre $\tilde{B}(f)$. Cependant, il semble plus judicieux en période de convergence d'adapter le CAG indépendamment de l'EP afin d'augmenter la vitesse de convergence de l'égaliseur. En effet, le CAG permet en ajustant un seul coefficient (G_n) de fixer la variance de l'entrée $q[n]$ de l'EP à σ_d^2 c'est-à-dire égale à la variance souhaitée pour la sortie $y[n]$ de l'égaliseur.

On se propose maintenant de déterminer l'expression optimale de $\tilde{B}(f)$ au sens de la minimisation de l'EQM, soit $\tilde{B}_{opt}(f)$. En tenant compte des similitudes existant entre les figures 2.6 et 3.4, on déduit que :

$$\tilde{B}_{opt}(f) = \frac{1}{|g|} \frac{\sigma_d^2 \tilde{H}^*(f)}{S_\lambda \tilde{G}_\lambda^*(f)} \quad (3.27)$$

En utilisant la relation (3.24), on obtient :

$$\tilde{B}_{opt}(f) = |g| \frac{\tilde{H}^*(f)}{\tilde{G}_\lambda^*(f)} \quad (3.28)$$

Lorsque le bruit est nul, λ tend vers l'infini, en tenant compte des relations (2.16) et (3.24), on obtient :

$$\left| \tilde{B}_{opt}(f) \right|^2 = \left| |g| \frac{\tilde{H}^*(f)}{\tilde{G}_\infty^*(f)} \right|^2 = 1 \quad \text{si} \quad \sigma_w^2 = 0 \quad (3.29)$$

En l'absence de bruit le filtre $\tilde{B}(f)$ est un filtre passe-tout. A fort rapport signal à bruit ce filtre est alors proche d'un filtre passe-tout. Il agit donc uniquement sur la phase du spectre de $q[n]$ d'où son appellation d'égaliseur de phase (EP). L'approche proposée par Macchi dans [30] pour réaliser l'EP pose un problème de stabilité. En effet, comme nous l'avons expliqué au chapitre 2, un filtre récursif n'est stable que lorsqu'il est à phase minimale, ce qui n'est pas le cas de l'EP. On propose donc de réaliser l'EP à partir d'un filtre transverse obtenu en prenant le développement en série de $\tilde{B}_{opt}(f)$. L'expression de $\tilde{B}_{opt}(f)$ est alors la suivante :

$$\tilde{B}_{opt}(f) = \text{DS} \left\{ |g| \frac{\tilde{H}^*(f)}{\tilde{G}_\lambda^*(f)} \right\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^N b_{opt}[k] e^{j2\pi k f T} \quad (3.30)$$

L'EP sera approximé par un filtre anticausal $\tilde{B}(f)$ de type RIF de longueur $N + 1$. A ce niveau, notre tâche est de définir une fonction de coût pour l'adaptation de $\tilde{B}(f)$ afin de converger vers la solution optimale $\tilde{B}_{opt}(f)$. Si l'on savait éviter les erreurs de décisions, l'algorithme autodidace approprié serait alors naturellement du type LMS-DD. Toutefois pour éviter à l'égaliseur d'être perturbé par les erreurs de décisions, on utilisera plutôt l'algorithme de Godard pour l'adaptation des coefficients de $\tilde{B}(f)$.

Cette fonction de coût a été choisie car elle apparaît être la plus performante en terme de rapidité de convergence et de robustesse [31].

Pour l'égaliseur récursif linéaire de la figure 3.4, la sortie $y[n]$ est donnée par :

$$y[n] = \mathbf{B}_n^t \mathbf{Q}_n e^{-j\hat{\theta}[n]} \quad (3.31)$$

où \mathbf{Q}_n est le vecteur des données à l'entrée du filtre $\tilde{B}(f)$ à l'instant n :

$$\mathbf{Q}_n = [q[n], \dots, q[n+N]]^T \quad (3.32)$$

et \mathbf{B}_n est le vecteur des coefficients de $\tilde{B}(f)$ à l'instant n défini par :

$$\mathbf{B}_n = [b_n[0], \dots, b_n[N]]^T \quad (3.33)$$

L'équation d'actualisation utilisant l'algorithme de Godard prend la forme :

$$\mathbf{B}_{n+1} = \mathbf{B}_n + 2\mu_{\mathbf{B}} \mathbf{Q}_n^* y[n] e^{j\hat{\theta}[n]} (\gamma_2 - |y[n]|^2) \quad (3.34)$$

D'après les relations (3.31) et (3.32), on s'aperçoit que l'échantillon $y[n]$ ne peut être obtenu que lorsque l'on possède l'échantillon $q[n+N]$. Cela vient du fait que le filtre $\tilde{B}(f)$ est anticausal. Pour un échantillon $q[n]$ entrant dans l'EP, il sort de l'égaliseur un échantillon $y[n-N]$ correspondant à une donnée décidée $\hat{d}[n-\delta]$ avec $\delta \leq N$. Toutefois dans un souci de simplification d'écriture nous ne ferons pas apparaître les retards tant au niveau des schémas que des équations. Il y aura donc un retard de restitution des données de l'ordre de NT .

En remarquant que le coefficient $b_n[0]$ n'est pas toujours le coefficient dont le module est le plus grand, on prendra $\mathbf{B}_0 = [0, 0, 0, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$ à l'initialisation du système.

Lorsque l'EA, le CAG, l'EP ont convergé, on peut considérer que le canal est déconvolué et que les données décidées sont fiables. La RP est effectuée en utilisant un algorithme piloté par décision du type LMS-DD. L'équation d'actualisation de $\hat{\theta}[n]$ est donnée par la relation (3.15).

En considérant les canaux présentés au paragraphe 2.8.1, nous allons maintenant évaluer les performances de l'égaliseur récursif linéaire autodidacte (SA : Self-Adaptive)

défini précédemment et de l'égaliseur récursif linéaire (DA : Data-Aided) actualisé par l'algorithme LMS-DA.

Nous utilisons une modulation MAQ-4 et le rapport signal à bruit est de 15 dB. Les performances, présentées figure 3.5, sont données en termes d'EQM moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (2.45). Pour chaque tirage, on considère qu'après la démodulation il existe une erreur de phase $\phi[n] = 2\pi\Delta FT + \Phi$, où Φ et ΔFT sont respectivement uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ et $[0, 1.10^{-3}]$.

Le nombre de coefficients de la partie récursive et de la partie transverse sont respectivement de 11 et 20. Le cinquième coefficient de la partie transverse est positionné à 1. Les pas d'adaptation sont fixés à 0,003 excepté celui correspondant à l'actualisation du CAG qui est égal à 0,01. Les constantes G_1 et G_2 sont respectivement égale à 0,0199 et 0,0001.

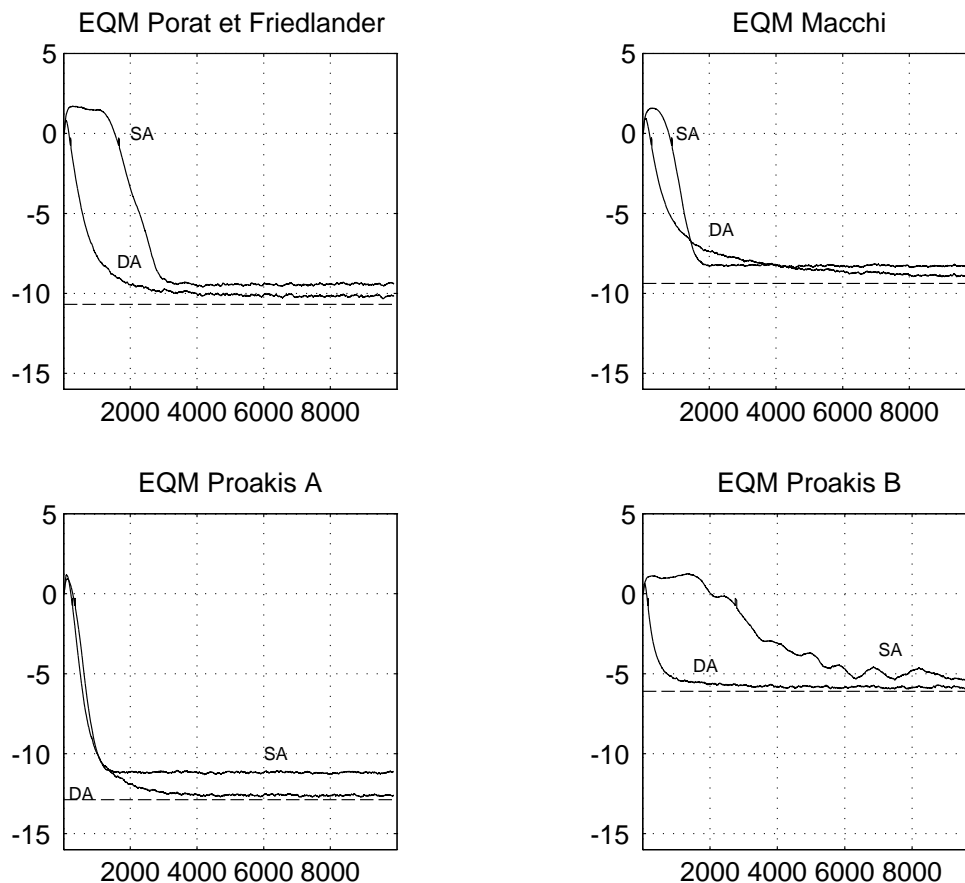


Figure 3.5 Performances d'un égaliseur récursif linéaire pour un SNR de 15 dB
SA : Self-Adaptive DA : Data-Aided

L'égaliseur récursif linéaire autodidacte défini dans ce chapitre présente une rapidité de convergence nettement supérieure à celle d'un égaliseur transverse linéaire

piloté par l'algorithme de Godard (cf figure 3.3). Dans le cas où l'égaliseur est piloté par un algorithme de type LMS-DA, la convergence n'est pas nécessairement plus rapide que pour notre égaliseur récursif autodidacte. Les performances obtenues en régime de poursuite sont à environ 2 dB des performances théoriques (trait en pointillé). Cette perte pourra être atténuée en pilotant notre égaliseur par un algorithme LMS-DD en phase de poursuite.

Un attrait important de l'égaliseur récursif autodidacte est donc de forcer l'EA à converger vers sa solution optimale indépendamment de l'EP et du CAG, ce qui n'est pas le cas pour un égaliseur récursif adapté par une technique du type LMS, qui doit actualiser conjointement l'ensemble des filtres. Cette propriété permet à l'EA ainsi qu'au CAG de converger rapidement. L'EP reçoit alors des données blanches de variance égale à celle des données émises facilitant ainsi l'adaptation de ses coefficients grâce à un meilleur conditionnement de la matrice d'autocorrélation du signal d'entrée. Il reste alors à la RP à corriger l'erreur de phase $\theta[n]$.

Le principe de cet égaliseur autodidacte est donc de dissocier les différentes fonctions d'égalisation (EA, CAG, EP et RP) et d'adapter chacune de ces fonctions à partir d'un critère autodidacte ne dépendant que de son entrée et de sa sortie. Ainsi une fonction ne peut pas être perturbée par la fonction qui la suit. Cette indépendance assure une vitesse de convergence rapide et une très grande robustesse.

L'égaliseur récursif linéaire autodidacte que nous venons de définir (cf figure 3.4) est proche de l'égaliseur récursif linéaire minimisant l'EQM (cf figure 2.6). A la fin de la phase de convergence, les décisions étant a priori fiables, on peut piloter l'égaliseur par les décisions. Les critères utilisés en phase de poursuite seront du type LMS-DD, par définition moins bruyants. Les performances en phase de poursuite seront alors supérieures à celles obtenues en phase de convergence. La commutation des critères est effectuée selon la méthode décrite paragraphe 3.3.3.

Les expressions des équations d'actualisation des coefficients de l'égaliseur en phase de poursuite sont données par :

$$\mathbf{B}_{n+1} = \mathbf{B}_n - \mu_B (y[n] - \hat{d}[n]) \mathbf{Q}_n^* e^{j\hat{\theta}[n]} \quad (3.35)$$

et

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n + \mu_C (y[n] - \hat{d}[n]) \mathbf{W}_n^* e^{j\hat{\theta}[n]} \quad (3.36)$$

avec

$$\mathbf{W}_n = \left[y[n-1]e^{j\hat{\theta}[n-1]}, \dots, y[n-M]e^{j\hat{\theta}[n-M]} \right]^T \quad (3.37)$$

La relation (3.36) est obtenue en intervertissant le filtre transverse et le filtre récursif de la figure 3.4, ce qui est possible car l'égaliseur est linéaire.

Les variations lentes du CAG sont prises en compte par le filtre $\tilde{B}(f)$, on peut donc supposer que le CAG conserve une valeur constante en mode de poursuite :

$$G_n = G_{n-1} \quad (3.38)$$

L'actualisation de la RP est obtenue par la relation (3.15).

La dégradation de 2 dB de l'EQM constatée figure 3.5 est fortement atténuée en commutant, lors du régime de poursuite vers un critère LMS-DD. On obtient alors un égaliseur récursif linéaire autodidacte possédant les mêmes performances en termes de convergence et d'EQM résiduelle qu'un égaliseur récursif linéaire piloté par un algorithme LMS-DA, pour un grand nombre de canaux.

On désire insister sur le fait que les éléments EA, CAG, EP et RP sont des transformations linéaires et que leur position peuvent être permutées lors du passage en mode de poursuite.

3.6 DFE autodidacte

Afin de réaliser un DFE autodidacte nous allons utiliser le DFE développé par Belfiore et Park (PDFE) et l'égaliseur récursif linéaire autodidacte défini précédemment. L'égaliseur non linéaire DFE du type Belfiore et Park est présenté figure 3.6, sa structure est équivalente à celle de l'égaliseur de la figure 2.9. On retrouve dans cette structure les éléments EA, CAG, EP et RP de l'égaliseur linéaire récursif autodidacte. Un nouvel élément est ajouté, appelé Prédicteur de Bruit (PB). Ce PB ne perturbe en rien les éléments précédents et permet d'améliorer de manière très significative les performances en terme d'EQM. De plus, cet élément nous permet de passer d'un égaliseur linéaire à un DFE.

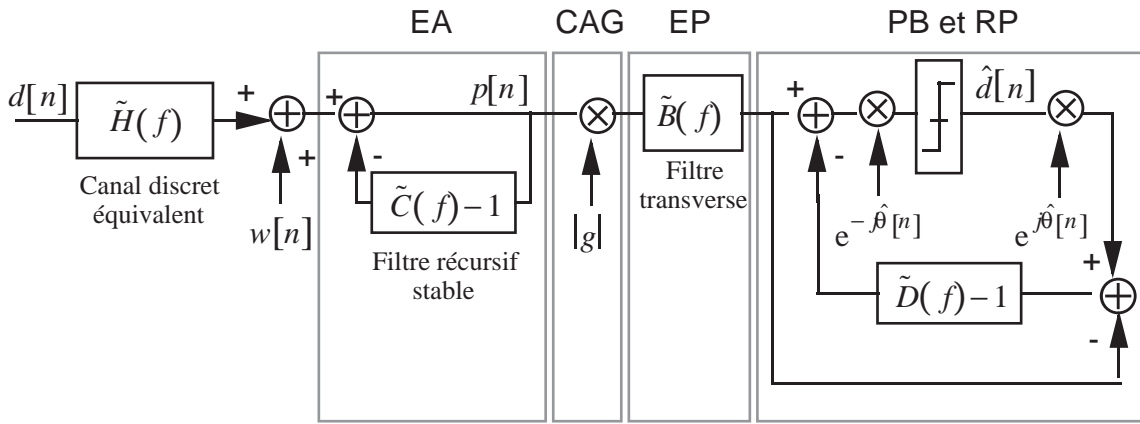


Figure 3.6 Structure du DFE autodidacte en mode de convergence

En comparant les figures 3.6 et 2.9, on conclut aisément que $\tilde{C}(f)$ et $\tilde{D}(f)$ doivent converger vers $\tilde{G}_\lambda(f)$. On a montré comment obtenir $\tilde{C}(f)$ dans le cas de l'égaliseur linéaire récursif autodidacte. Une solution pour obtenir le filtre $\tilde{D}(f)$ est alors de lui affecter les coefficients de $\tilde{C}(f)$. Malheureusement les performances obtenues à partir de cette solution sont médiocres du fait d'un niveau élevé de bruit dû aux approximations successives.

La solution retenue consiste alors à remarquer que lorsque $\tilde{C}(f)$ et $\tilde{D}(f)$ sont égaux et dans le cas où le taux d'erreurs est faible la structure du DFE présentée figure 3.6 se simplifie et l'on obtient la structure classique du DFE représentée figure 3.7. Ainsi lorsque les données décidées sont fiables en sortie de l'égaliseur récursif linéaire autodidacte on a tout intérêt à basculer directement vers une structure de DFE classique pilotée par décisions. Dans ce cas, il n'est plus nécessaire de conserver la partie prédicteur de bruit de la figure 3.6 en phase de convergence, ce qui permet de restreindre le nombre de filtres numériques nécessaires au DFE autodidacte à deux.

Il est donc possible de transiter d'une structure récursive linéaire à une structure de type DFE ou inversement. Les filtres numériques $\tilde{B}(f)$ et $\tilde{C}(f)$, ainsi que le CAG et la RP ne sont pas modifiés lors des transitions.

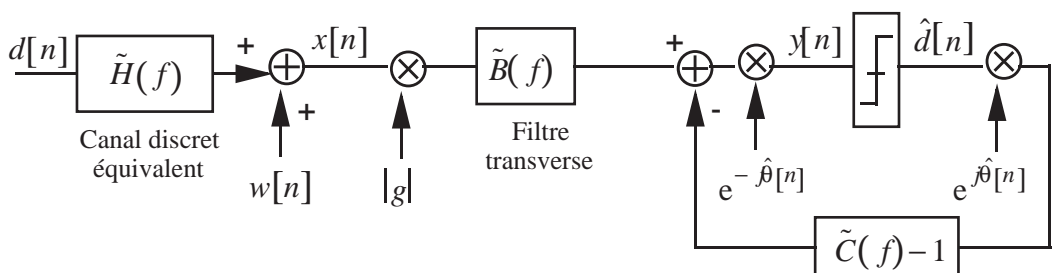


Figure 3.7 Structure du DFE autodidacte en mode de poursuite

Les variations lentes du CAG sont prises en compte par le filtre $\tilde{B}(f)$, on peut donc supposer que le CAG conserve une valeur constante en mode de poursuite. On obtient la valeur du CAG par la relation (3.38).

Dans le cas du DFE de la figure 3.7, la sortie $y[n]$ est déterminée de manière itérative par la relation :

$$y[n] = \left(|g| \mathbf{B}_n^t \mathbf{X}_n - \mathbf{C}_n^t \hat{\mathbf{D}}_n \right) e^{-j\hat{\theta}[n]} \quad (3.39)$$

avec

$$\mathbf{X}_n = [x[n], \dots, x[n+N]]^t \quad (3.40)$$

et

$$\hat{\mathbf{D}}_n = \left[\hat{d}[n-1]e^{j\hat{\theta}[n-1]}, \dots, y[n-N]e^{j\hat{\theta}[n-N]} \right]^t \quad (3.41)$$

Pour éviter une transition trop brutale, on remplace progressivement les échantillons de sortie de l'égaliseur $y[n]$ par les données décidées $\hat{d}[n]$ dans le vecteur $\hat{\mathbf{D}}_n$.

Les équations d'actualisation en phase de poursuite des filtres $\tilde{B}(f)$ et $\tilde{C}(f)$ sont régies par les relations suivantes :

$$\mathbf{B}_{n+1} = \mathbf{B}_n - \mu_{\mathbf{B}} |g| \mathbf{X}_n^* e^{-j\hat{\theta}[n]} (y[n] - \hat{d}[n]) \quad (3.42)$$

et

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n + \mu_{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{D}}_n^* (y[n] - \hat{d}[n]) \quad (3.43)$$

L'algorithme utilisé pour actualiser le circuit RP est défini par la relation (3.15).

Le passage de la phase de convergence à la phase de poursuite et inversement s'effectue sur un critère de performance selon la méthode décrite au paragraphe 3.3.3.

Lorsque $E\hat{Q}M_n$ est supérieure à J_0 , l'égaliseur est en mode de convergence et possède la structure de l'égaliseur linéaire récursif autodidacte présenté figure 3.4. Lorsque $E\hat{Q}M_n$ est inférieur à J_0 , l'égaliseur est en mode de poursuite et possède la structure du DFE présenté figure 3.7. Le seuil J_0 est fixé à 0,2 pour une modulation MAQ-4.

Sur la figure 3.8 sont présentées les performances en termes d'EQM du DFE autodidacte (SA: Self-Adaptive) et du DFE piloté par un algorithme LMS-DA et alimenté par ses données décidées (DA : Data-Aided).

La modulation utilisée est une MAQ-4 et le rapport signal à bruit est de 15 dB. Les performances, présentées figure 3.8, sont données en termes d'EQM moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (2.45). Pour chaque tirage, on considère qu'après la démodulation il existe une erreur de phase $\phi[n] = 2\pi\Delta FT + \Phi$, où Φ et ΔFT sont respectivement uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ et $[0, 1.10^{-3}]$.

Le nombre de coefficients de la partie réursive et de la partie transverse sont respectivement de 11 et 20. Le cinquième coefficient de la partie transverse est positionné à 1. Les pas d'adaptation sont fixés à 0,003 excepté celui correspondant à l'actualisation du CAG qui est égal à 0,01. Les constantes G_1 et G_2 sont respectivement égale à 0,0199 et 0,0001.

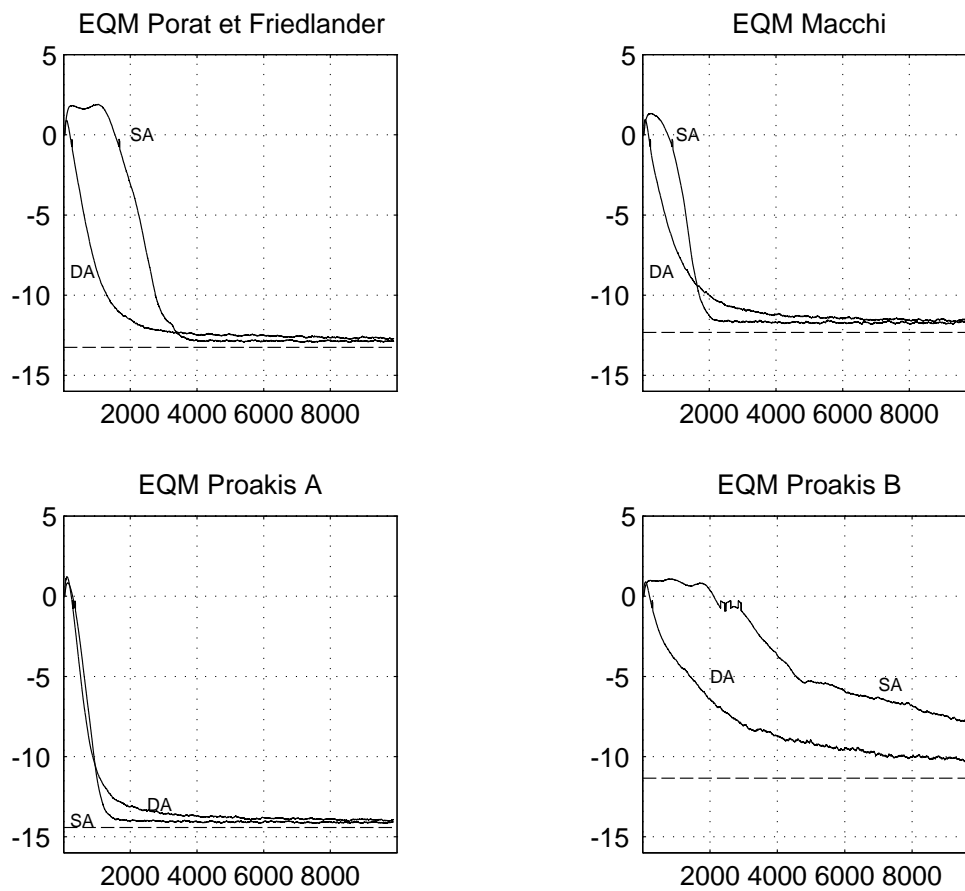


Figure 3.8 Performances d'un égaliseur du type DFE pour un SNR de 15 dB
SA : Self-Adaptive DA : Data-Aided

La dégradation des performances en termes d'EQM du DFE autodidacte en régime de poursuite par rapport aux performances théoriques du DFE (trait en pointillé) est très faible. Sa vitesse de convergence est comparable à celle d'un DFE piloté par l'algorithme LMS-DA, sauf pour le canal de Proakis "B". Une explication des mauvais résultats obtenus pour ce canal est proposée au chapitre 4.

3.7 Conclusions

Dans ce chapitre, on a décrit une méthode permettant de réaliser un DFE autodidacte, dont les performances en phase de poursuite sont équivalentes à celle d'un DFE piloté par décisions et dont la rapidité de convergence est proche de celle d'un DFE piloté par séquence d'apprentissage. C'est cette solution qui a été brevetée [33]. Nous allons la nommer dans la suite de l'exposé SADFE pour Structure Autodidacte de type DFE (ou en anglo-américain Self-Adaptive DFE). Nous allons maintenant aborder le chapitre 4 qui est consacré à l'évaluation des performances de ce nouvel égaliseur autodidacte.

CHAPITRE 4

PERFORMANCES DU DFE AUTODIDACTE (SADFE)

4.1 Introduction

Le SADFE (Self Adaptive DFE) [33][34][35] est un égaliseur récursif à décision dans la boucle, autodidacte, dont la structure s'adapte au canal. Lors de la phase de convergence, le SADFE fonctionne en égaliseur récursif linéaire autodidacte (figure 3.4). Lorsque le taux d'erreurs en sortie du SADFE est suffisamment faible, il commute vers une structure de type DFE pilotée par décisions (figure 3.6). La commutation s'effectue sur un critère de performance tel que (par exemple) la comparaison de l'erreur quadratique moyenne estimée à un seuil.

Dans les chapitres 2 et 3 nous avons introduit le SADFE et évalué ses performances en termes d'EQM. Nous allons maintenant compléter l'étude de cet égaliseur en examinant sa rapidité de convergence, son taux d'erreurs binaires et sa capacité à poursuivre des non stationnarités, en considérant des modulations de type MAQ-M ($M = 4, 16, 64$).

4.2 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-4

4.2.1 Conditions de simulation

Pour cette modulation à 4 états le rapport signal à bruit a été fixé à 15 dB. On a aussi supposé que les échantillons en sortie du démodulateur étaient affectés d'une erreur de phase $\phi[n] = 2\pi\Delta FT + \Phi$, où Φ et ΔFT sont respectivement uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ et $[0, 1.10^{-3}]$. Les paramètres G_1 et G_2 utilisés pour la RP sont respectivement égaux à 0,0199 et 0,0001.

Dans l'évaluation des performances du SADFE nous serons amené à le comparer à un égaliseur transverse linéaire et à un égaliseur classique de type DFE, tous deux supervisés. Le nombre de coefficients de l'égaliseur linéaire transverse a été fixé à 31 avec un coefficient central initialisé à 1 et un pas d'adaptation de 0,001. Pour le DFE, comme pour le SADFE le nombre de coefficients a été fixé à 11 pour la partie récursive

et à 20 pour la partie transverse, le cinquième coefficient de la partie transverse étant initialisé à 1. Les pas d'adaptation des filtres sont fixés à 0,003 tandis que le pas du CAG est de 0,01. Le seuil de commutation J_0 est fixé à 0,2 soit -7dB. Les raisons du choix de J_0 sont précisées dans le paragraphe 4.2.3.

Nous présentons sur la figure 4.1 la constellation à l'entrée et à la sortie du SADFE ainsi que l'EQM estimée et l'erreur de phase pour le canal de Proakis "A". Ces résultats ont été obtenus à partir d'un fichier de 5000 symboles. La constellation en sortie du SADFE constituée par les 1000 derniers symboles reçus semble montrer que le canal est bien égalisé et qu'il devrait y avoir peu ou pas d'erreurs de décision. L'EQM estimée dont l'expression est donnée par la relation (3.14) montre une convergence très rapide du SADFE et des performances quasi-optimales en poursuite (l'EQM minimale est atteinte). L'erreur de phase est linéaire et correspond au décalage en fréquence existant entre l'oscillateur d'émission et de réception.

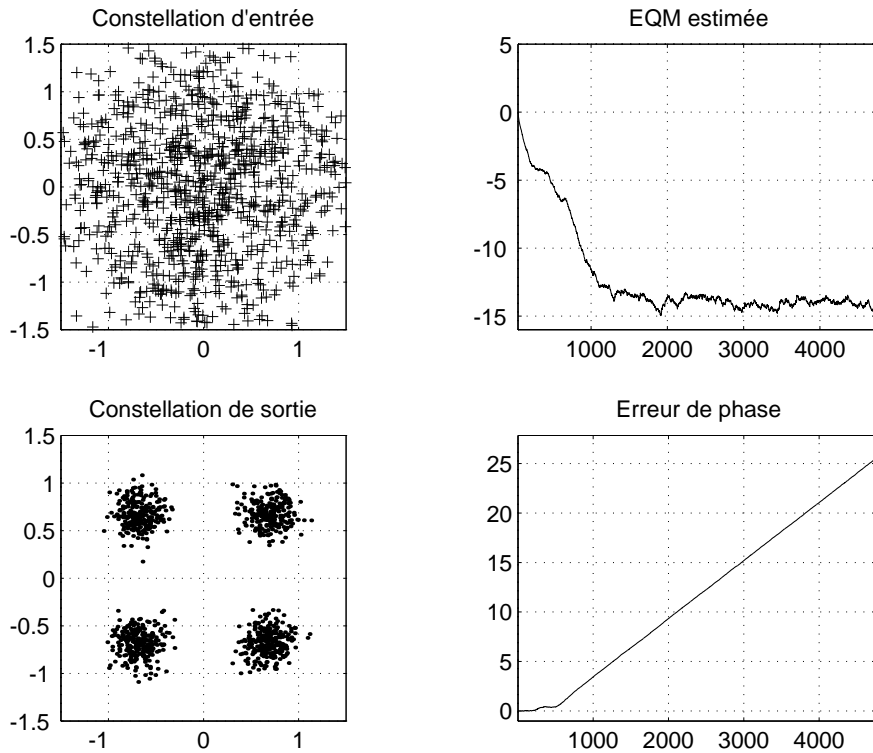


Figure 4.1 Comportement de quelques paramètres du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 15 dB

La figure 4.2 représente le module de l'erreur entre la vraie donnée et la donnée décidée en sortie de l'égaliseur, soit $|d[n] - \hat{d}[n]|$. Le nombre d'erreurs de décision en sortie de l'égaliseur tend vers zéro après seulement 500 itérations. Ainsi, il n'est pas nécessaire que l'EQM estimée ait atteint sa valeur minimale pour que les données en sortie du SADFE puissent être correctement décodées. Ceci est lié à l'effet de lissage

apporté par le facteur d'oubli dans le calcul de l'EQM estimée. Ce lissage est par ailleurs nécessaire pour éviter des commutations intempestives de modes de fonctionnement.

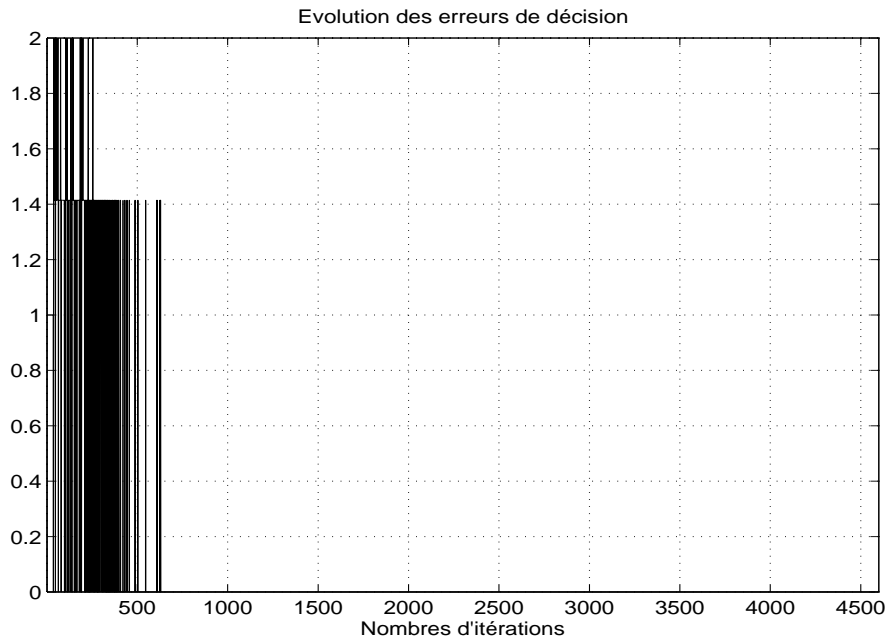


Figure 4.2 *Évolution des erreurs de décisions en sortie du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 15 dB*

Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous intéresser d'une part à l'EQM estimée mais aussi au nombre d'erreurs en phase de convergence ainsi qu'au taux d'erreurs binaires en phase de poursuite, pour les différentes modulations considérées.

4.2.2 Performances en termes d'EQM

Les résultats obtenus au chapitre 3 ont été reportés sur les figures 4.3 et 4.4 afin de comparer les performances des différents égaliseurs pour un même canal. L'égaliseur linéaire transverse est noté (LE) lorsqu'il est piloté par un algorithme LMS-DA et noté (Godard) lorsqu'il est piloté par l'algorithme de Godard. L'égaliseur à décision dans la boucle noté (DFE) est piloté par un algorithme de type LMS-DA et est alimenté dans sa partie réursive par ses données décidées. Les performances sont données en termes d'EQM moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (2.45).

La figure 4.3 correspond aux résultats obtenus pour le canal de Porat et Friedlander. On remarque que le SADFE a des performances nettement supérieures à un égaliseur transverse linéaire actualisé par l'algorithme de Godard aussi bien en termes de convergence (gain de 4000 itérations) que d'EQM résiduelle (gain supérieur à 2 dB). Le SADFE surclasse aussi l'égaliseur transverse linéaire LMS-DA au bout de 2500

itérations et même le DFE LMS-DA au bout de 3500 itérations, ce qui est tout à fait remarquable.

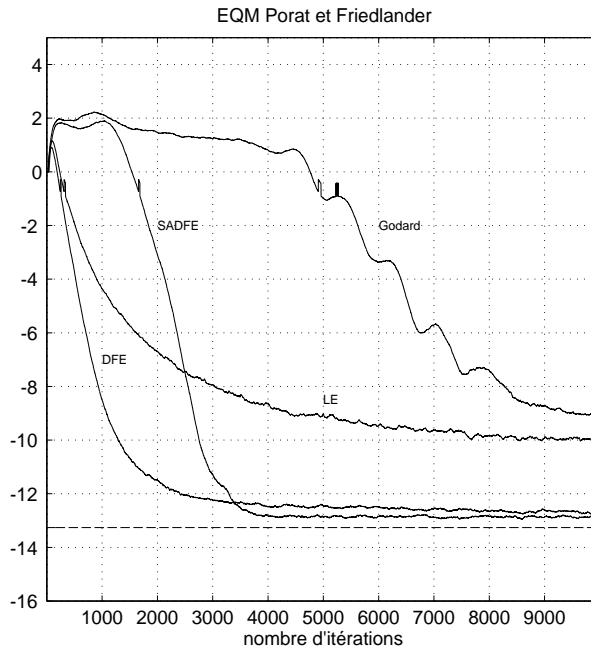


Figure 4.3 EQM en sortie de différentes structures d'égaliseurs pour le canal de Porat et Friedlander et pour un SNR de 15 dB

La figure 4.4 représente aussi l'EQM mais pour le canal de Macchi. Pour ce canal les performances du SADFE surclasse l'ensemble des égaliseurs testés à partir d'environ 1500 itérations. Le gain par rapport à l'égaliseur transverse linéaire actualisé par Godard est très important aussi bien en termes de convergence que d'EQM résiduelle.

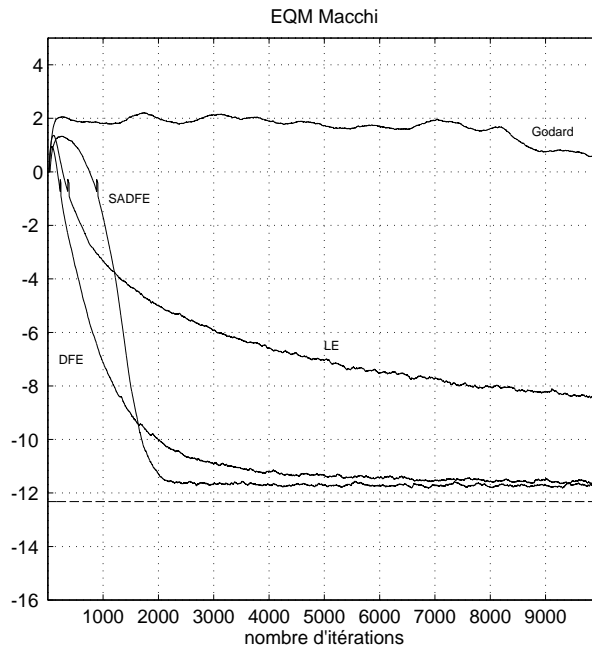


Figure 4.4 EQM en sortie de différentes structures d'égaliseurs pour le canal de Macchi et pour un SNR de 15 dB

4.2.3 Règle de commutation

On a représenté figure 4.5, l'EQM (2.45) et l'EQM estimée (3.14) en sortie du SADFE pour le canal de Macchi. Les conditions de simulation sont identiques à celles utilisées précédemment. On remarque que l'EQM estimée est assez différente de l'EQM en période de convergence puis, se rapproche de celle-ci lorsque l'EQM est inférieure à -6 dB c'est-à-dire lorsque le taux d'erreurs devient faible. C'est la raison pour laquelle le seuil de commutation J_0 a été fixé à 0,2, soit environ -7 dB afin de se préserver une marge de sécurité.

En effet si le seuil J_0 est trop élevé, la commutation vers le DFE (phase de poursuite) sera faite alors que les coefficients de l'égaliseur récursif linéaire (phase de convergence) risquent d'être assez éloignés de leur valeur optimale. Il peut alors se produire des phénomènes d'accrochages sur des minimums locaux, ce qui conduirait à une forte dégradation des performances de l'égaliseur. Toutefois, comme nous allons le voir pour le canal de Proakis "B", si le seuil de commutation est trop faible il peut ne jamais y avoir de commutation vers un DFE piloté par décision.

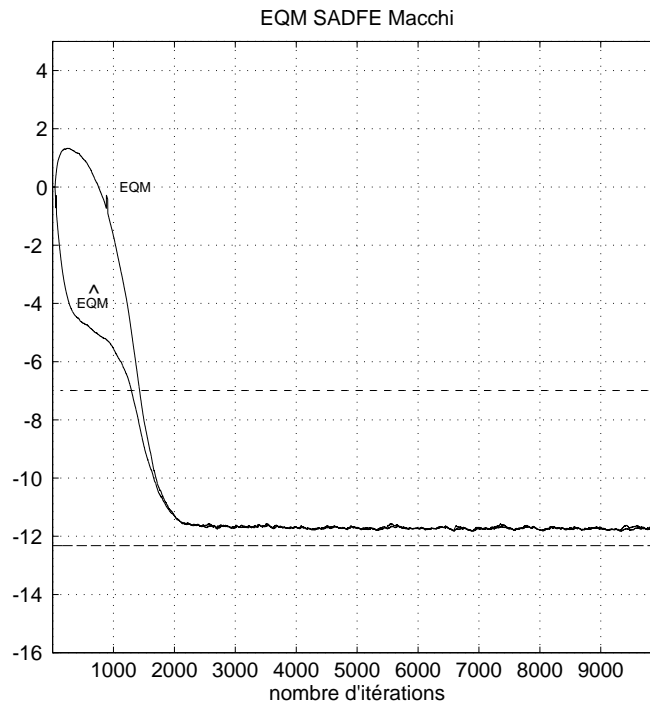


Figure 4.5 *EQM estimée et EQM en sortie du SADFE pour le canal de Macchi et pour un SNR de 15 dB*

Sur la figure 4.6 est tracé l'EQM estimée et l'EQM pour le canal de Proakis "B". Les résultats sont nettement moins bons que pour le canal de Macchi. Cela vient du fait que l'EQM minimale obtenue avec un égaliseur récursif linéaire sur ce canal (-6,1 dB) n'atteint pas le seuil J_0 (-7 dB). On ne pourra donc théoriquement jamais commuter vers un DFE piloté par décision. Toutefois la figure 4.6 montre que l'EQM estimée peut franchir le seuil de commutation dans certaines réalisations favorables et permettre le passage vers un DFE. Cela n'est pas le cas pour toutes les réalisations et c'est la raison pour laquelle, la convergence de l'EQM sur la figure 4.6 paraît assez lente.

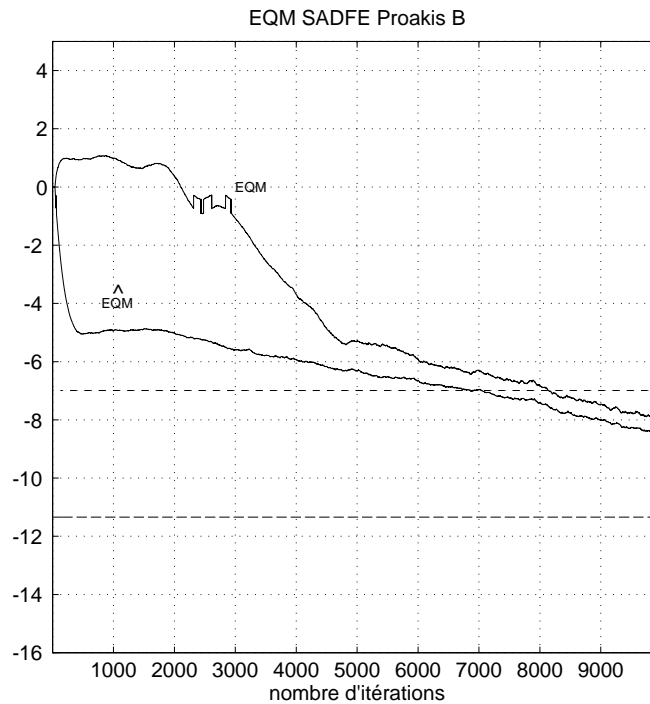


Figure 4.6 *EQM estimée et EQM en sortie du SADFE pour le canal de Proakis "B" et pour un SNR de 15 dB*

4.2.4 Performances en termes de taux d'erreurs binaires

En supposant que le signal en sortie de l'égaliseur est égal au signal émis perturbé par un bruit additif gaussien blanc (hypothèse généralement inexacte), on peut évaluer une probabilité d'erreur théorique minimale après égalisation.

Pour une modulation MAQ-4 cette probabilité d'erreur est de la forme :

$$Pe = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{SNR_{sortie}}{2}} \right) \quad (4.1)$$

où SNR_{sortie} est le rapport signal à bruit en sortie de l'égaliseur défini par la relation (2.40). Ce rapport dépend de la structure de l'égaliseur et du canal de transmission.

On a représenté figure 4.7, pour le canal de Porat et Friedlander, le taux d'erreurs binaires en sortie des égaliseurs LE, DFE et AI lorsque les coefficients des filtres sont optimaux et que les parties récursives sont alimentées par les vraies données (trait plein). Nous avons comparé ces taux d'erreurs aux probabilités d'erreur théoriques (trait pointillé) obtenues à partir de l'expression (4.1). Le taux d'erreurs est déterminé en

régime de poursuite et pour des séquences de données émises provoquant au minimum 100 erreurs de transmission.

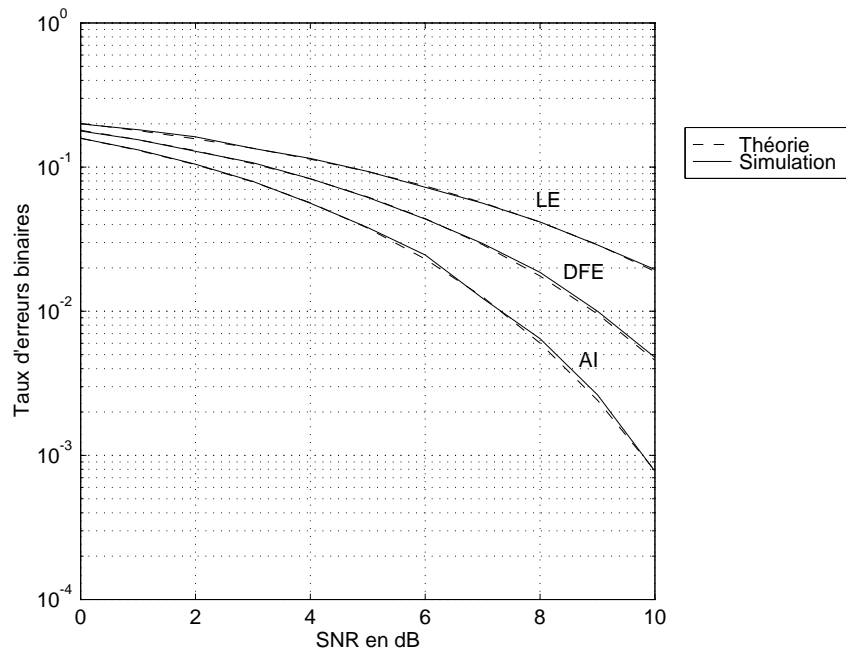


Figure 4.7 Performances en termes de probabilité d'erreur et de taux d'erreurs binaires des égaliseurs LE, DFE et AI pour le canal de Porat et Friedlander

Les taux d'erreurs binaires en sortie des égaliseurs se confondent avec les probabilités d'erreur. On pourra donc considérer que l'expression (4.1) représente une borne théorique minimale de la probabilité d'erreur après égalisation. Nous allons voir maintenant que lorsque l'on injecte dans les parties récursives les données décidées et que l'on adapte les coefficients des égaliseurs, le taux d'erreurs binaires augmente et s'éloigne donc de la borne minimale.

Nous avons représenté sur les figures 4.8 et 4.9 le taux d'erreurs binaires en sortie de trois égaliseurs de type DFE pour le canal de Porat et Friedlander et de Macchi. Le premier DFE est piloté par un algorithme LMS-DA et alimenté par les vraies données (DFE LMS-DA). Il s'agit donc d'un DFE optimal. Le deuxième est piloté par un algorithme LMS-DD en période de poursuite et la convergence est initialisée par une séquence d'apprentissage de 4096 symboles (DFE LMS-DD). Le dernier est le DFE autodidacte défini précédemment (SADFE).

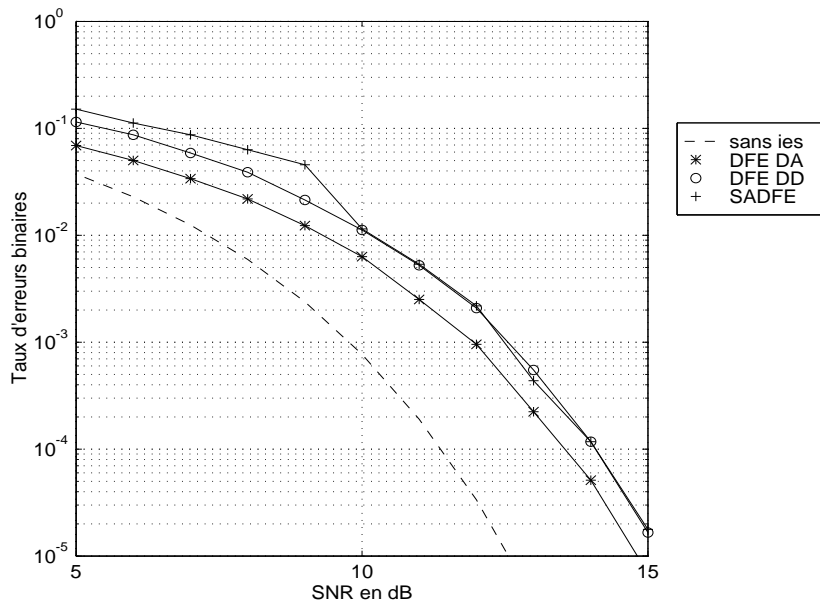


Figure 4.8 Taux d'erreurs binaires en sortie de 3 égaliseurs de type DFE pour le canal de Porat et Friedlander

Pour le canal de Porat et Friedlander, la dégradation des performances du DFE LMS-DD par rapport au DFE LMS-DA est d'environ 0,5 dB. Elle est due en grande partie à l'utilisation de données décidées dans la partie récursive du DFE LMS-DD. L'égaliseur SADFE présente le même taux d'erreurs binaires que le DFE LMS-DD, pour un rapport signal à bruit supérieur à 10 dB.

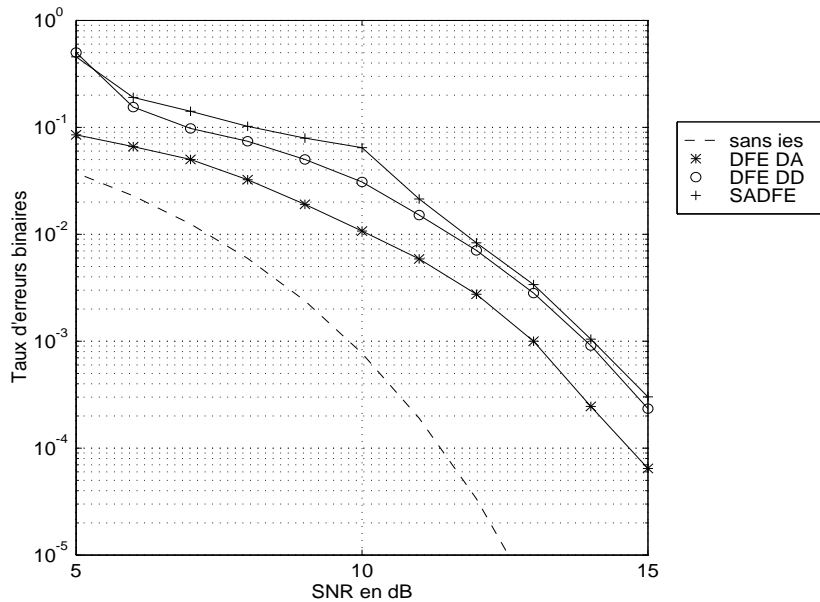


Figure 4.9 Taux d'erreurs binaires en sortie de 3 égaliseurs de type DFE pour le canal de Macchi

Pour le canal de Macchi, la dégradation des performances en termes de taux d'erreurs binaires du DFE LMS-DD par rapport au DFE LMS-DA est d'environ 0,75 dB. Le SADFE conduit aux mêmes performances que le DFE LMS-DD, pour un rapport signal à bruit supérieur à 12 dB.

Ces résultats montrent notamment que le SADFE présente des performances en termes de taux d'erreurs binaires identiques à ceux du DFE piloté par décisions, lorsque le rapport signal à bruit est suffisamment élevé et se comporte comme un égaliseur récursif linéaire pour un rapport signal à bruit plus faible. On pourra noter que le fait de remonter le seuil J_0 peut permettre au SADFE d'accéder plus rapidement à la phase de poursuite et que le passage en mode DFE est alors effectif pour des rapports signal à bruit de l'ordre de 6 dB [35].

4.2.5 Étude de la convergence des coefficients des égaliseurs

Nous allons maintenant étudier la rapidité de convergence des coefficients de l'égaliseur récursif linéaire autodidacte du SADFE dans sa phase de convergence. Nous nous intéressons aussi à l'écart existant entre la valeur des coefficients actualisés et celle des coefficients optimaux, déterminée par la méthode décrite au paragraphe 2.8.4. Nous avons donc représenté sur les figures 4.10 et 4.11, l'évolution des coefficients du SADFE moyennée sur 100 réalisations pour le canal de Macchi. Nous avons considéré que le CAG était constant et égal à 1. Le nombre de coefficients de la partie réursive et de la partie transverse ont été respectivement fixés à 4 et 19. Les pas d'adaptation des filtres sont égaux à 0,003.

La figure 4.10 représente l'évolution de la partie réelle des coefficients de l'EA. On voit que la convergence de ces coefficients reste assez lente et qu'ils n'atteignent leur valeur optimale qu'après 4000 itérations.

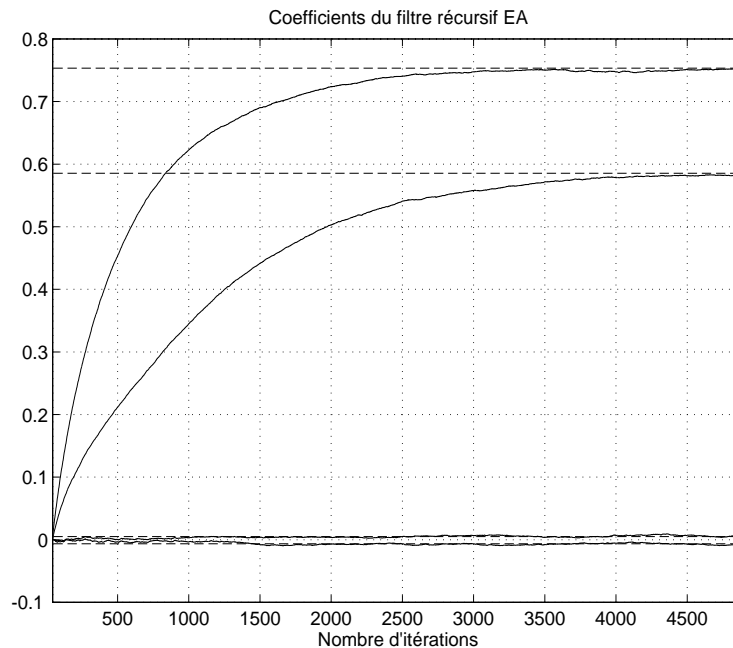


Figure 4.10 Évolution de la partie réelle des coefficients de l'EA pour le canal de Macchi et pour un SNR de 15 dB

La figure 4.11 représente l'évolution de la partie réelle des coefficients de l'EP. Nous avons simplement représenté l'évolution de 10 coefficients afin de ne pas surcharger la figure. La convergence de ces coefficients semble plus rapide que pour la partie récursive (EA). En effet les valeurs des coefficients sont stables à partir de l'itération 3000. On constate un biais qui est dû à l'utilisation du critère de Godard, qui ne converge pas exactement vers la même solution que celle du critère de minimisation de l'EQM.

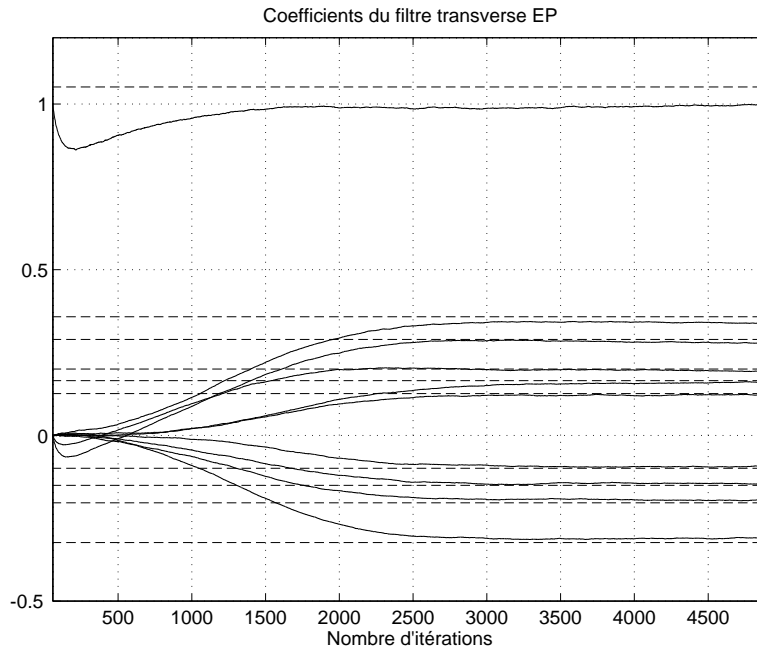


Figure 4.11 Évolution de la partie réelle des coefficients de l'EP pour le canal de Macchi et pour un SNR de 15 dB

On constate donc que les valeurs des coefficients des égaliseurs en phase de convergence tendent vers leurs valeurs optimales. Il va donc être possible de commuter vers un critère de type minimisation de l'EQM ainsi que vers une structure de type DFE en fin de phase de convergence.

4.2.6 Étude en régime non stationnaire [35]

Pour étudier la robustesse du SADFE aux non stationnarités, nous avons simulé un canal possédant un zéro constant z_1 et un zéro variant dans le temps $z_2[n]$. Le canal discret équivalent peut être modélisé par la réponse impulsionnelle suivante :

$$(H(z))_n \equiv [1, z_1 + z_2[n], z_1 z_2[n]] / \sqrt{(R_{hh}[0])_n} \quad (4.2)$$

avec

$$(R_{hh}[0])_n = 1 + |z_1 + z_2[n]|^2 + |z_1 z_2[n]|^2 \quad (4.3)$$

L'expression (4.2) de la réponse impulsionnelle du canal discret équivalent présente trois trajets variables dans le temps. Le facteur de normalisation est fonction de la relation (4.3) et provoque sur l'ensemble des trajets une variation temporelle de leur amplitude. Cette normalisation correspond à un organe de contrôle automatique de gain présent à l'entrée de tout récepteur numérique. Le canal évolue donc d'un modèle stationnaire à 2 trajets lorsque $z_2[n] = 0$ vers un modèle non stationnaire à 3 trajets lorsque $z_2[n] \neq 0$.

Pour les simulations nous avons pris $z_1 = 1,1$ et :

$$\begin{aligned} z_2[n] &= \exp(j2\pi/3) + 0,1 \exp(j2\pi(n-2000)0,0001) & \text{si } n \in [2000; 8000] \\ z_2[n] &= 0 & \text{sinon} \end{aligned}$$

Le canal présente une forte non stationnarité lors de l'apparition du zéro $z_2[n]$. Ce zéro peut être vu comme la présence d'un écho réfléchi par une surface en mouvement capté à certains instants par le récepteur. Cet effet peut être provoqué, par exemple par la surface de la mer dans les transmissions acoustiques sous-marines.

La figure 4.12 représente l'EQM et l'EQM estimée en sortie du SADFE pour le canal non stationnaire défini précédemment. On note tout d'abord une convergence rapide du SADFE permettant ainsi le passage en DFE piloté par décisions. Lors de l'apparition de la non stationnarité à l'itération 2000, L'EQM estimée devient supérieure au seuil de commutation J_0 fixé à -7 dB. Le SADFE revient dans sa phase de convergence puis, de manière autodidacte retourne vers le DFE piloté par décision lorsque l'EQM estimée devient inférieure au seuil J_0 . La disparition du zéro $z_2[n]$ à l'itération 8000 provoque une perturbation brutale du canal et une nouvelle commutation du SADFE en mode de convergence.

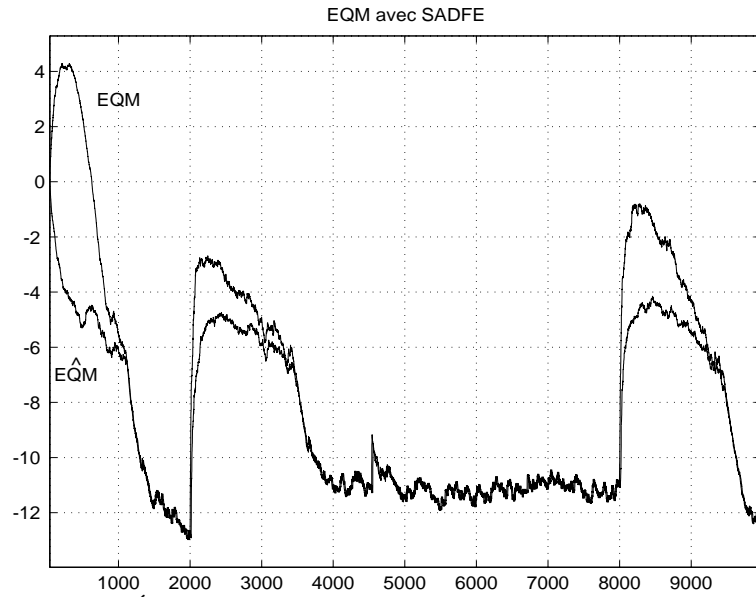


Figure 4.12 Évolution de l'EQM et de l'EQM estimée en sortie du SADFE pour un canal non stationnaire et un SNR de 15 dB

On a présenté figure 4.13, pour le même canal non stationnaire, le comportement d'un DFE piloté par décision et initialisé par une séquence d'apprentissage de 2000 symboles. Dès l'apparition de la non stationnarité à l'itération 2000 l'EQM du DFE piloté par décision diverge de façon irrémédiable. L'EQM estimée tend vers zéro. Ce phénomène s'explique par le fait que la partie transverse s'annule et que la partie récurrente entre en oscillation.

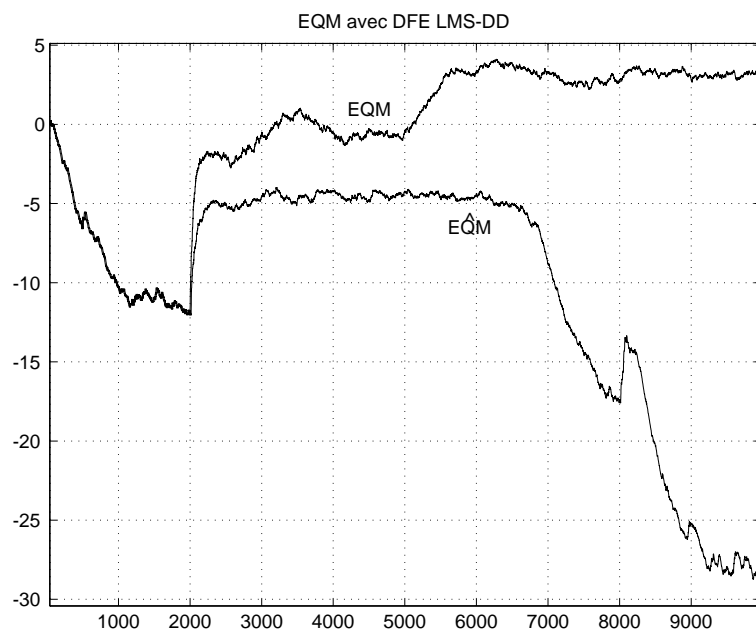


Figure 4.13 Évolution de l'EQM et de l'EQM estimée en sortie du DFE LMS-DD pour un canal non stationnaire et un SNR de 15 dB

En présence de non stationnarités, on peut remarquer la supériorité du SADFE par rapport au DFE piloté par décisions. En effet le SADFE grâce à son adaptativité

structurelle et algorithmique en fonction des caractéristiques du canal permet de s'accomoder des situations les plus difficiles.

4.3 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-16

4.3.1 Conditions de simulation

Elles sont les mêmes que pour la modulation MAQ-4 au rapport signal à bruit et au seuil J_0 près qui sont respectivement de 25 dB et 0,063. Le décalage en fréquence ΔFT est maintenant uniformément répartie sur $[0, 0,0001]$.

Nous présentons sur la figure 4.14, la constellation en entrée et en sortie du SADFE ainsi que l'EQM estimée et l'erreur de phase pour le canal de Proakis "A". La constellation en sortie du SADFE, constituée par les 1000 derniers symboles reçus, présente pratiquement la même topologie qu'une modulation MAQ-16 sans interférence entre symboles. Le canal de Proakis "A" est donc bien égalisé par le SADFE. L'EQM estimée montre une convergence du SADFE en moins de 2000 itérations ce qui est très satisfaisant. En phase de poursuite l'EQM estimée est de l'ordre de -23 dB, ce qui correspond aux performances optimales d'un DFE pour ce canal. L'erreur de phase est linéaire et correspond au décalage en fréquence existant entre l'oscillateur d'émission et de réception.

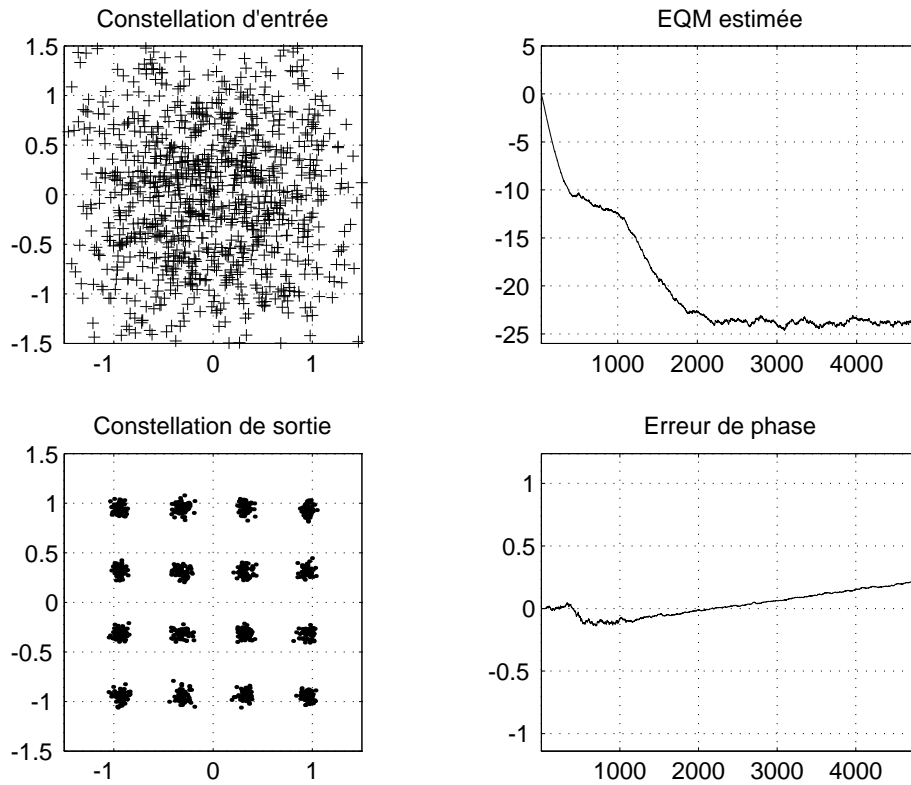


Figure 4.14 Comportement de quelques paramètres du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 25 dB

La figure 4.15 représente le module de l'erreur entre la donnée décodée et la vraie donnée. Elle montre qu'après seulement 1000 itérations les données sont décodées avec une grande fiabilité (absence d'erreurs sur une séquence de 3500 symboles décodés). On retrouve le même phénomène que pour la MAQ-4 c'est-à-dire qu'il n'est pas nécessaire que l'EQM estimée est atteint sa valeur optimale pour que la sortie du SADFE devienne exploitable.

On peut aussi remarquer sur cette figure, que si en début de convergence un symbole peut être décodé par une valeur très éloignée du symbole émis (exemple : $d[n] = 3 + 3j$ et $\hat{d}[n] = -3 - 3j$) ce n'est plus le cas en fin de convergence (exemple : $d[n] = 1 + j$ et $\hat{d}[n] = 3 + j$). On observe donc une convergence régulière et stable.

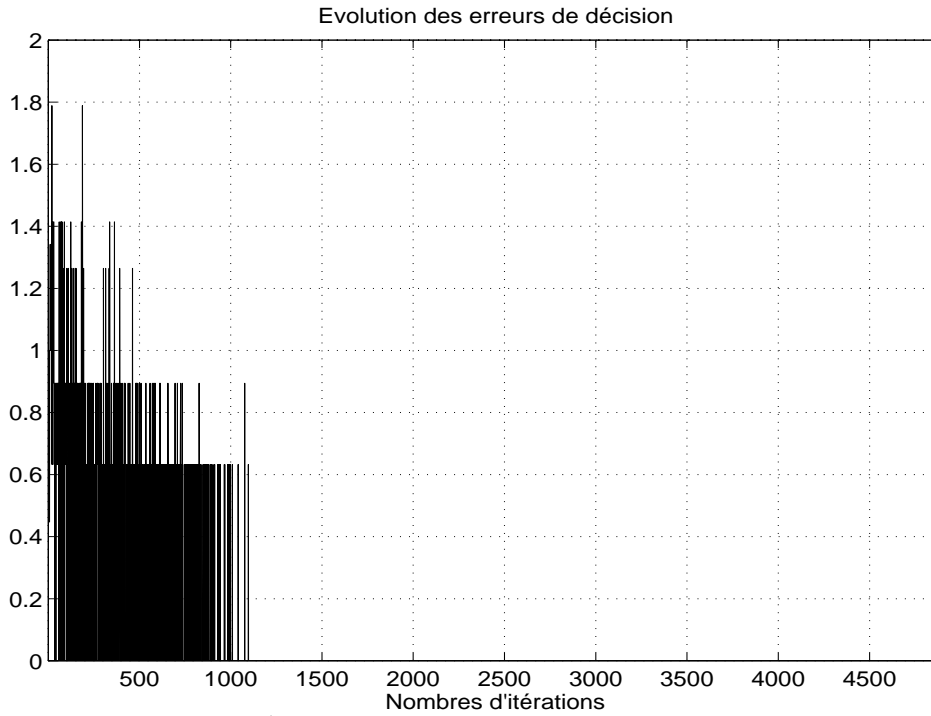


Figure 4.15 *Évolution des erreurs de décision en sortie du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 25 dB*

4.3.2 Performances en termes d'EQM

Les performances sont données en termes d'EQM estimée moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (3.14). L'égaliseur linéaire transverse noté (LE) et l'égaliseur à décision dans la boucle noté (DFE) sont pilotés par un algorithme de type LMS-DA et le DFE est alimenté dans sa partie réursive par ses données décidées.

La figure 4.16 représente l'EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Porat et Friedlander. On remarque que le SADFE a des performances nettement supérieures à celles de l'égaliseur transverse linéaire aussi bien en termes de convergence que d'EQM résiduelle (gain supérieur à 8 dB). Le SADFE converge plus lentement que le DFE mais son EQM estimée devient plus faible que celle du DFE après 12000 itérations. Ce bon comportement du SADFE peut s'expliquer par le fait que dans sa phase de convergence, il est guidé vers une solution donnée, ce qui lui permet de parvenir plus rapidement à la structure optimale. L'égaliseur de type DFE LMS-DA doit pour sa part adapter conjointement l'ensemble des coefficients de ses filtres et peut de ce fait mettre beaucoup plus longtemps à atteindre les performances optimales que le SADFE.

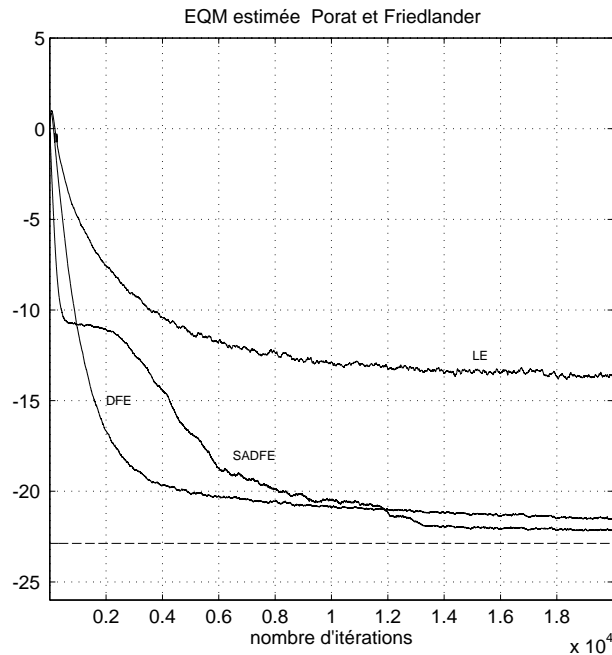


Figure 4.16 EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Porat et Friedlander et pour un SNR de 25 dB

La figure 4.17 représente l'EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Macchi. Pour ce canal, les performances du SADFE surclasse les deux autres égaliseurs testés. Le gain par rapport à l'égaliseur transverse est très important aussi bien en termes de convergence que d'EQM résiduelle. On remarque aussi que l'EQM minimale (trait pointillé) n'est pas atteinte ni par le SADFE ni par le DFE LMS-DA. Une EQM résiduelle plus faible pourrait être obtenue en diminuant les pas d'adaptation et en augmentant la longueur du filtre transverse du DFE et du SADFE.

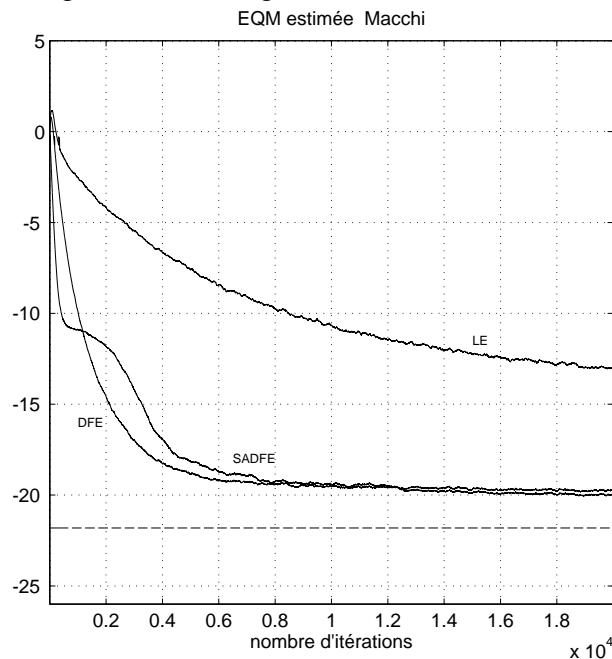


Figure 4.17 EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Macchi et pour un SNR de 25 dB

4.3.3 Détermination des seuils de commutations

De manière expérimentale, on a choisi pour la MAQ-4 un seuil de commutation J_0 compris entre 0,25 et 0,2 en considérant que pour ces valeurs, l'EQM estimée était proche de l'EQM vraie. Nous allons maintenant définir les seuils de commutation pour des modulations à grands nombres d'états à partir de la probabilité d'erreur en sortie de l'égaliseur.

Si l'on considère que le signal en sortie de l'égaliseur est composé du signal émis perturbé par un bruit additif, blanc, gaussien (hypothèse généralement inexacte), alors on peut déterminer la probabilité d'erreur théorique minimale en sortie de l'égaliseur.

Pour une modulation MAQ-M, cette probabilité d'erreur est de la forme :

$$Pe = K \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2 SNR_{\text{sortie}}}{4}} \right) \quad (4.4)$$

où d_{\min} est définie comme la distance euclidienne minimale entre deux points de la constellation et dépend de M. K est une constante fonction du nombre d'états de la modulation.

En remplaçant SNR_{sortie} par son expression (2.40), on peut donner une nouvelle expression pour la probabilité d'erreur :

$$Pe = K \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2 \sigma_d^2 - EQM}{4 EQM}} \right) \quad (4.5)$$

Nous avons tracé, figure 4.18, la probabilité d'erreur (4.5) en fonction de l'EQM pour les modulations MAQ-4, MAQ-16 et MAQ-64. On voit très nettement que le nombre d'états de la modulation influe sur la probabilité d'erreur. Ainsi, pour un rapport signal à bruit identique, plus la distance minimale d_{\min} est faible, soit M grand, plus la probabilité d'erreur est importante.

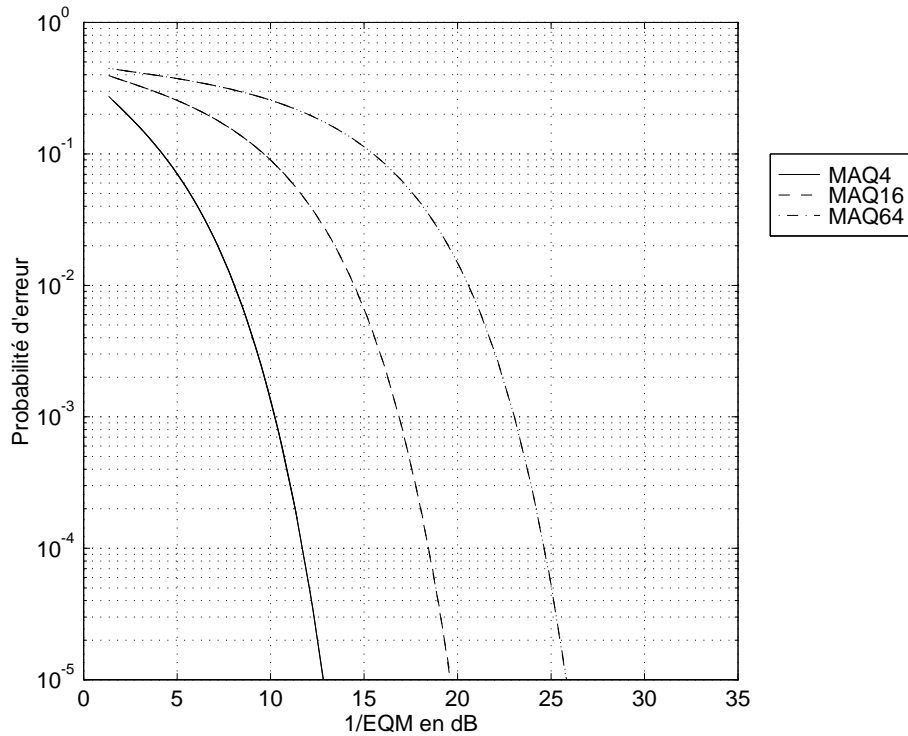


Figure 4.18 Probabilité d'erreur en fonction de l'EQM de sortie d'un égaliseur et pour différentes modulations MAQ-M

En fixant le seuil de commutation J_0 pour la MAQ-4 à 0,25 (-6 dB), la probabilité d'erreur en sortie de l'égaliseur est approximativement égale à 0,04. En considérant la même valeur de probabilité d'erreur pour déterminer le seuil de commutation pour les modulations MAQ-16 et MAQ-64, on obtient respectivement 0,063 (-12 dB) et à 0,015 (-18 dB).

La commutation du SADFE vers un DFE se fait donc a priori pour une probabilité d'erreur inférieure ou égale à 0,04. Ce résultat a été vérifié pour différentes simulations. On peut donc définir pour toutes les modulations MAQ-M le seuil de commutation à partir de la relation (4.5).

4.4 Performances du SADFE pour une modulation MAQ-64

4.4.1 Conditions de simulation

Le rapport signal à bruit et le seuil J_0 pour cette modulation sont respectivement fixés à 35 dB et 0,015. les autres paramètres sont inchangés par rapport à la modulation MAQ-16.

Le nombre de coefficients de l'égaliseur transverse linéaire est fixé à 51 avec un coefficient central initialisé à 1 et un pas d'adaptation de 0,0005. Pour les égaliseurs DFE et SADFE, le nombre de coefficients est fixé à 11 pour la partie récursive et à 30 pour la partie transverse, le cinquième coefficient de la partie transverse étant initialisé à 1. Les pas d'adaptation des filtres sont fixés à 0,0005 tandis que le pas du CAG est de 0,0017.

Nous présentons sur les figures 4.19, 4.20 et 4.21, les performances du SADFE pour le canal de Proakis "A". Comme pour les deux modulations précédentes (MAQ-4 et MAQ-16), la constellation en sortie du SADFE est quasi-parfaite. Cette constellation peu bruitée doit permettre un décodage sans erreurs des données émises. La convergence de l'EQM estimée est très rapide (10000 itérations) par rapport au nombre d'états de la modulation. En phase de poursuite l'EQM estimée tend vers l'EQM minimale. L'erreur de phase est linéaire et correspond au décalage en fréquence existant entre l'oscillateur d'émission et de réception.

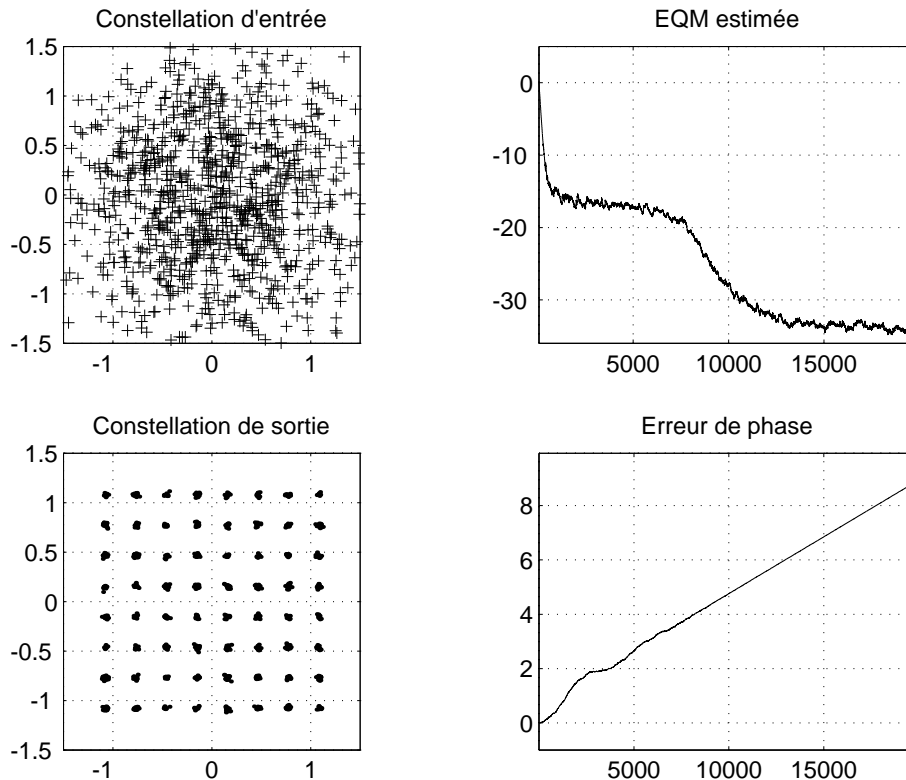


Figure 4.19 Comportement de quelques paramètres du SADFE pour le canal de Proakis "A" pour un SNR de 35 dB

La figure 4.20, représentant le module de l'erreur entre la vraie donnée et la donnée décidée, montre que le nombre d'erreurs diminue régulièrement dans la phase de convergence et qu'il devient nul au bout de 8000 itérations. Après quelques itérations, on remarque que ce sont seulement des erreurs de voisinage qui sont commises. Il semble que l'utilisation de l'algorithme de Godard dans la phase de convergence soit très bruyant pour les modulations à grands nombres d'états et qu'il soit préférable de le remplacer par un algorithme de type RDE [36] dans le but d'atteindre plus rapidement le seuil de commutation.

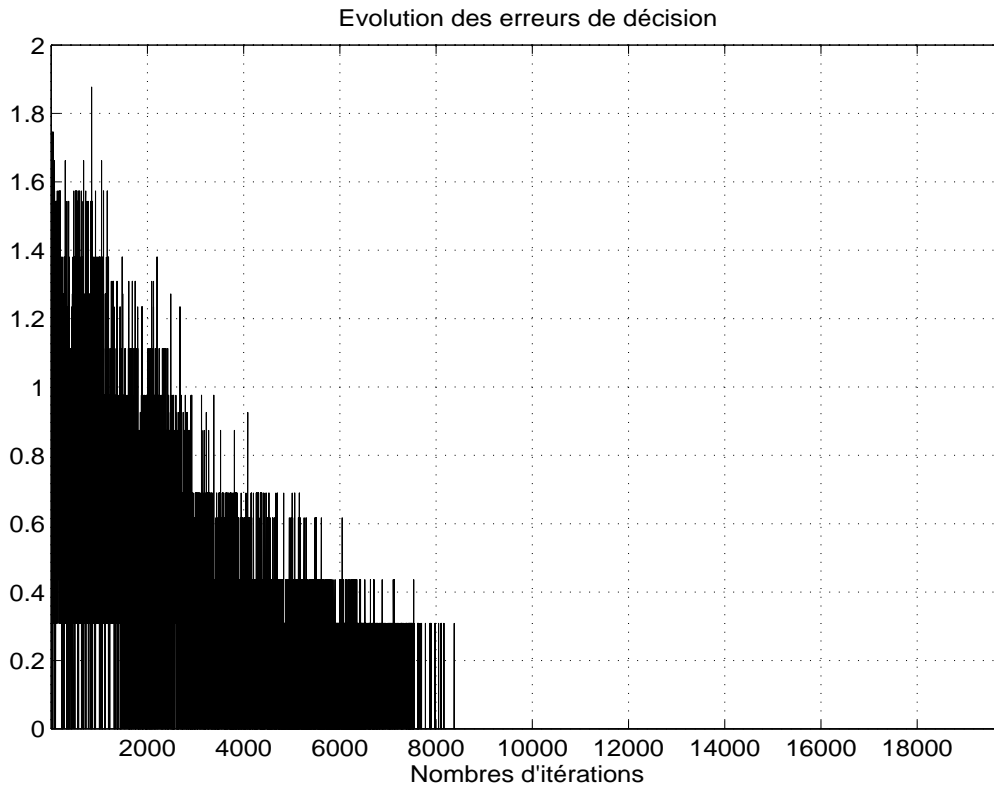


Figure 4.20 *Évolution des erreurs de décisions en sortie du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 35 dB*

La figure 4.21, permet d'éclairer certaines étapes du processus d'égalisation. Tout d'abord, on voit que la constellation avant la récupération de porteuse subit une rotation due à l'existence d'un décalage en fréquence entre les oscillateurs d'émission et de réception. On notera aussi que les lentes variations du CAG étant prises en compte par le filtre transverse lors du passage en mode de poursuite, sa valeur reste constante à partir de l'itération 7000. Pour terminer la représentation en fonction du temps du module du signal en sortie de l'égaliseur permet de voir évoluer le processus d'égalisation. En effet avant la commutation du SADFE en DFE piloté par décision, le signal de sortie de l'égaliseur prend un grand nombre de valeurs à cause d'une interférence entre symboles importante. Cette interférence après la commutation est

faible et l'on retrouve en sortie de l'égaliseur le carré des modules des différents symboles d'une modulation MAQ-64 perturbée par un faible bruit.

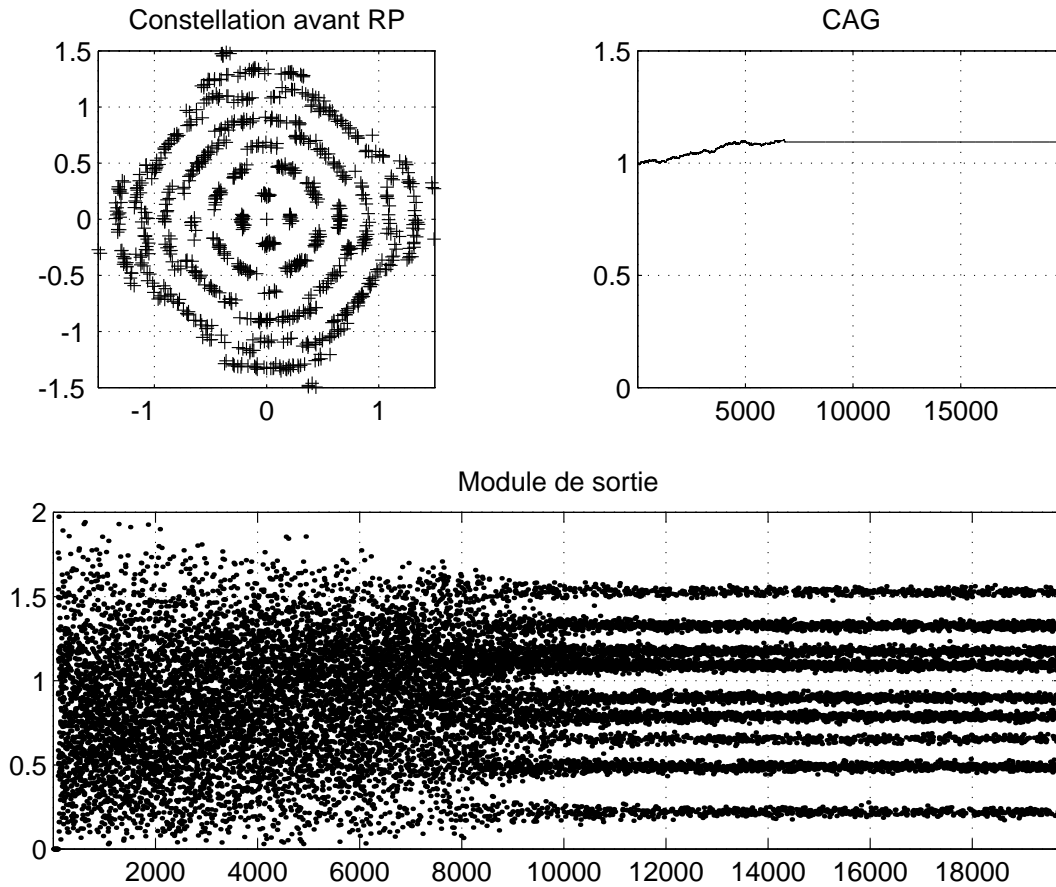


Figure 4.21 Comportement du SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 35 dB

4.4.2 Performances en termes d'EQM estimée

Les performances sont données en termes d'EQM estimée moyennée sur 100 tirages et estimée pour chaque tirage par l'expression (3.14). Les conditions de simulations ont été définies précédemment et restent inchangées. L'égaliseur linéaire transverse noté (LE) et l'égaliseur à décision dans la boucle noté (DFE) sont pilotés par un algorithme de type LMS-DA et le DFE est alimenté dans sa partie récursive par ses données décidées.

La figure 4.22 représente l'EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Macchi et un SNR de 35 dB. Avec un pas d'adaptation

identique, le SADFE converge plus rapidement que les deux autres égaliseurs (LE et DFE) mais ne parvient pas à atteindre l'EQM minimale (trait pointillé). Cette dégradation des performances peut être atténuée en augmentant la longueur de la partie transverse pour le SADFE mais aussi pour le DFE.

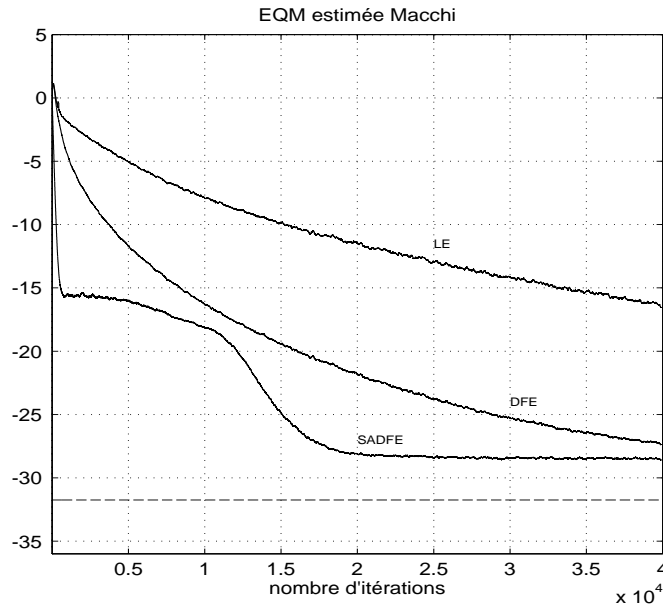


Figure 4.22 EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Macchi et pour un SNR de 35 dB

Sur la figure 4.23 est représentée l'EQM estimée en sortie de nos trois égaliseurs (LE, DFE et SADFE) pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 35 dB. Les performances du SADFE en termes de rapidité de convergence sont nettement supérieures à celles du DFE. De plus, l'EQM estimée du SADFE atteint l'EQM minimale (trait pointillé) au bout de 15000 itérations, ce qui n'est pas le cas pour le DFE qui accuse toujours une perte de 3 dB au bout de 40000 itérations. Cette différence de comportement entre le DFE et le SADFE, vient du fait que le SADFE est contraint par les critères utilisés à converger vers une solution donnée tandis que le DFE doit converger vers cette solution en adaptant conjointement la partie transverse et la partie récursive de ses filtres.

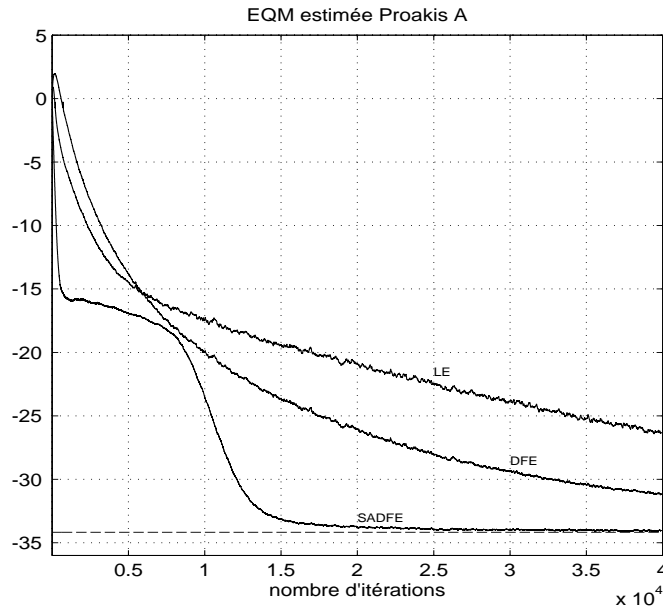


Figure 4.23 EQM estimée en sortie des égaliseurs LE, DFE et SADFE pour le canal de Proakis "A" et pour un SNR de 35 dB

4.5 Conclusions

Les résultats présentés dans ce chapitre démontrent d'abord la grande capacité de l'égaliseur SADFE à converger rapidement, de manière autodidacte, même lorsque le canal est très sélectif en fréquence. Il conduit à des performances en tous points comparables à celles d'un DFE piloté par décisions. Sa rapidité de convergence est conservée même pour des modulations à grands nombres d'états grâce à son architecture constituée par une suite de traitements élémentaires (EA, EP, CAG, RP) autonomes. Il demeure aussi vraisemblable que l'on puisse encore améliorer l'égaliseur d'amplitude, soit par une meilleure estimation du "gradient" soit à l'aide d'une technique de type moindres carrés. De plus, la capacité de l'égaliseur SADFE à suivre de fortes non stationnarités par une adaptativité structurelle et algorithmique lui confère une excellente robustesse même pour des canaux très critiques.

Enfin, le critère de commutation qui consiste à comparer l'EQM estimée à un seuil donné J_0 est certes discutable au sens où cette estimée est pilotée par décision. Pour autant il est apparu très robuste sur l'ensemble des simulations que nous avons menées. Une autre mesure de performances indépendante des données décidées peut être également utilisée, il s'agit du Kurtosis que l'on peut estimer de façon itérative. Il est clair que son évolution signe effectivement bien le degré de déconvolution du canal. Néanmoins ce critère en dépit de son intérêt théorique ne nous a jamais apporté de meilleurs résultats et pose notamment le problème du choix du seuil de commutation approprié.

Pour conclure nous dirons que le SADFE ouvre de nouvelles possibilités quant aux transmissions numériques sur les canaux très sélectifs en fréquence et non stationnaires.

CHAPITRE 5

TURBO-ÉGALISATION

5.1 Introduction

En transmission numérique, un récepteur peut être vu comme la mise en cascade de plusieurs fonctions élémentaires, chaque fonction réalisant un traitement spécifique tels que filtrage, démodulation, égalisation, décodage...etc. Généralement le traitement réalisé par une fonction élémentaire n'exploite qu'une partie de l'information mise à sa disposition et ainsi, les performances globales du récepteur restent sous optimales [37][38][39].

Il est possible de remédier à cet inconvénient en s'arrangeant pour que certaines fonctions élémentaires puissent bénéficier des traitements réalisés par d'autres fonctions. Dans cette étude, qui concerne les transmissions sur canaux sélectifs en fréquence en présence de codage de canal, un égaliseur utilise conjointement les sorties d'un démodulateur et d'un décodeur de canal pour essayer de s'affranchir de l'interférence entre symboles due à la sélectivité du canal. L'égaliseur de type annuleur d'interférences, tient compte à la fois des caractéristiques du canal de transmission et de la redondance introduite par la fonction de codage, pour réaliser son traitement. En procédant ainsi, les performances de l'ensemble égaliseur décodeur de canal, exprimées en termes de taux d'erreurs sont toujours meilleures que celles d'un égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données et suivi d'un décodeur de canal. Sous certaines conditions, il est même possible de s'affranchir totalement de l'interférence entre symboles sans accroître la puissance du bruit de la liaison. On obtient alors les mêmes performances que sur un canal avec codage à bruit additif, blanc, gaussien, sans interférence entre symboles. Une difficulté de l'approche proposée est la gestion des retards dus à la latence inhérente du décodeur. Ce problème est résolu, dans notre cas en utilisant un traitement itératif.

Si la turbo-égalisation est incontestablement une approche originale pour lutter contre l'interférence entre symboles, plusieurs auteurs avaient néanmoins déjà proposé des solutions à base d'annuleur d'interférences, de détecteur à maximum de vraisemblance et de codage de canal pour traiter ce problème. Parmi ces solutions rappelons brièvement les contributions les plus significatives.

En 1981 A. Gersho, T.L. Lim [7] d'une part et de M.S. Mueller, J. Salz [9] d'autre part proposent un récepteur qui associe un filtre adapté au canal et un filtre chargé de reconstruire l'interférence entre symboles présente en sortie du filtre adapté. Le second filtre est alimenté par les symboles décodés (décisions fermes), produits préalablement par un récepteur constitué par un simple égaliseur linéaire. La différence par rapport à notre approche réside dans le fait que d'une part, notre égaliseur est alimenté par des décisions pondérées élaborées par un décodeur de canal et que d'autre part, l'égalisation est réalisée de manière itérative. Bien entendu les récepteurs proposés dans [7] et [9] présentent des performances inférieures à la turbo-égalisation.

Quelques années plus tard V. M. Eyuboglu dans un article [37] propose d'utiliser un récepteur construit à partir d'un égaliseur à décision dans la boucle et d'un décodeur de canal combiné avec un entrelaceur périodique. Avec cette approche l'auteur montre que, sous certaines conditions l'égaliseur peut exploiter les décisions fermes produites par le décodeur. Bien entendu les performances obtenues ne sont jamais meilleures que celles d'un égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données. Le système décrit dans [37] ne peut donc présenter que des performances inférieures à notre proposition.

Enfin en 1995 apparaît un premier turbo-égaliseur [40] dont le principe trouve ses fondements dans les turbo-codes [41]. Il associe un détecteur selon le maximum de vraisemblance avec un décodeur de canal, au travers d'un processus itératif de traitement ce qui permet de gérer les différents retards introduits par le décodeur. Dans notre approche nous reprenons l'idée du traitement itératif mais, ni la structure de l'égaliseur, construit à partir de filtres transverses ni la façon d'exploiter les sorties du décodeur pour alimenter l'égaliseur, ne sont identiques avec l'approche proposée dans [40]. De plus, le turbo-égaliseur proposé dans cette thèse est plus particulièrement adapté pour égaliser les canaux ayant une réponse temporelle s'étalant sur un grand nombre de symboles alors que, le dispositif décrit dans [40] est plutôt réservé aux canaux ayant des réponses dont les durées sont de l'ordre quelques symboles.

5.2 Présentation de la chaîne de transmission

Pour évaluer les performances de la turbo-égalisation, nous considérons une transmission où les données sont codées puis transmises sur un milieu sélectif en fréquence à l'aide d'une modulation d'amplitude suivant deux porteuses en quadrature (MAQ-M). Le schéma de principe de la chaîne de transmission est représenté sur la figure 5.1.

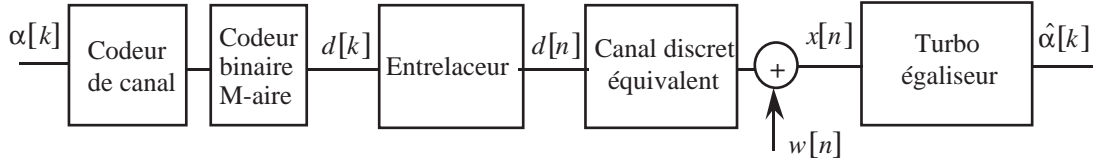


Figure 5.1 Schéma de principe de la chaîne de transmission

Le codeur de canal est alimenté par des données binaires $\alpha[k]$, supposées stationnaires et mutuellement indépendantes et prenant leur valeur dans l'ensemble $\{0,1\}$. Elles sont émises par la source d'information à raison d'une donnée toutes les T_b secondes et codées par un code convolutif de rendement R . A chaque ensemble de $2m$ données codées $c_i[k]$; $i=1,\dots,2m$, le modulateur MAQ-M associe un symbole complexe $d[k]=a[k]+j b[k]$ émis à la cadence d'un symbole toutes les T secondes ($T = T_b \log_2 M$), avec $a[k]$ et $b[k]$, respectivement partie réelle et imaginaire des symboles $d[k]$ prenant leur valeur dans l'ensemble $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(2i+1), \dots, \pm(\sqrt{M}-1)\}$ avec $\sqrt{M} = 2^m$. Les symboles $d[k]$ sont notés $d[n]$ en sortie de l'entrelaceur et transmis au travers d'un canal sélectif en fréquence.

L'ensemble modulateur, démodulateur, milieu de transmission, filtres d'émission et de réception est représenté par un canal discret équivalent, perturbé par un bruit additif $w[n]$.

Pour un canal discret équivalent stationnaire (canal de gauss sélectif en fréquence), sa sortie bruitée $x[n]$ est égale à :

$$x[n] = \sum_{l=0}^L h[l] d[n-l] + w[n] \quad (5.1)$$

où $h[l]$ sont les $L+1$ coefficients du canal.

A partir des coefficients $h[l]$, on peut définir la fonction de transfert $\tilde{H}(f)$ du canal par l'expression :

$$\tilde{H}(f) = \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j2\pi f l T} \quad (5.2)$$

En considérant un canal stationnaire normalisé c'est-à-dire pour lequel :

$$\sum_{l=0}^L |h[l]|^2 = 1 \quad (5.3)$$

le rapport signal à bruit à l'entrée du turbo-égaliseur (SNR) peut, d'après la relation (2.7) du chapitre 2, s'exprimer en fonction du rapport E_b / N_0 et du taux de codage R par la relation :

$$SNR = \frac{RE_b}{N_0} \log_2 M \quad (5.4)$$

où E_b est l'énergie utilisée pour transmettre une donnée binaire d'information $\alpha[k]$ et N_0 est la densité spectrale de puissance monolatérale du bruit à l'entrée du démodulateur.

5.3 Principe de la turbo-égalisation

Un turbo-égaliseur associe une fonction d'égalisation et de décodage de canal. Dans un traitement classique l'égaliseur est alimenté par la sortie bruitée du canal discret équivalent mais, n'exploite pas l'information de redondance introduite par le code pour égaliser le canal. Dans la turbo-égalisation, le traitement réalisé par l'égaliseur et le décodeur de canal est fait de manière itérative selon le principe représenté sur la figure 5.2.

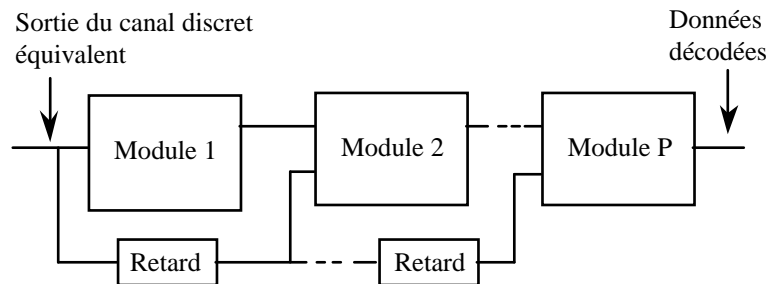


Figure 5.2 Principe de la turbo-égalisation

Le turbo-égaliseur comprend P modules élémentaires où chaque module p ; $p = 1, \dots, P$, correspondant à une itération est constitué d'un égaliseur, d'un désentrelaceur, d'un convertisseur M-aire binaire, d'un décodeur de canal, d'une fonction permettant d'estimer la valeur moyenne des symboles $d[n]$ (convertisseur binaire M-aire) et d'un entrelaceur. Un module élémentaire p ($p > 1$) est représenté figure 5.3.

L'égaliseur constitué de deux filtres de réponse respective $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ est alimenté d'une part par la suite des échantillons $\{x[n]\}_{p-1}$ issue du canal discret équivalent et retardée d'une quantité égale à $(p - 1)$ fois le temps de traitement d'un module et d'autre part, par la suite des valeurs moyennes $\{\bar{d}[n]\}_{p-1}$ calculée à partir des sorties du décodeur de canal appartenant au module $(p - 1)$. Pour le premier module ($p = 1$) les valeurs moyennes des symboles $d[n]$ n'étant pas disponibles, l'entrée du filtre $\tilde{Q}(f)$ est mise à zéro.

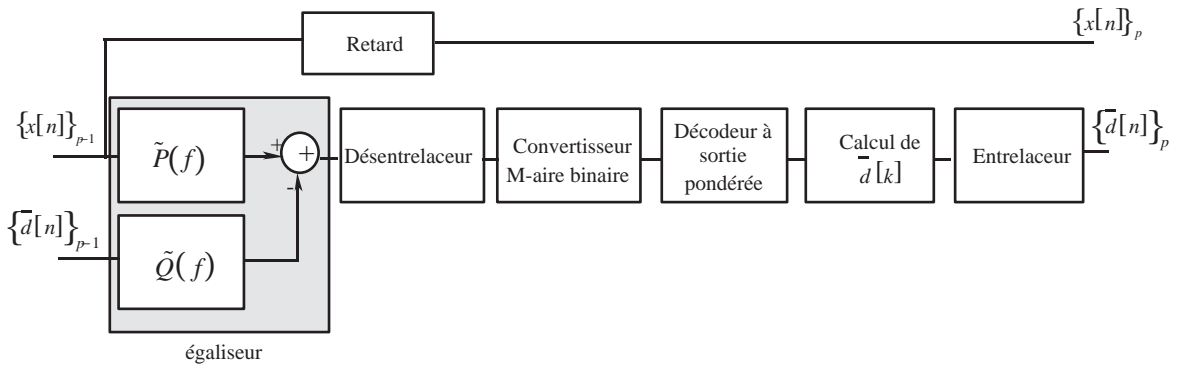


Figure 5.3 Structure du $p^{\text{ième}}$ module d'un turbo-égaliseur

5.3.1 Structure de l'égaliseur

L'égaliseur optimal au sens de la minimisation de l'EQM dont le schéma de principe est représenté sur la figure 5.4 est constitué de deux filtres [7][8][9]. Un filtre $\tilde{P}(f)$ adapté à la réponse $\tilde{H}(f)$ du canal, chargé de réduire la puissance du bruit $w[n]$ et un filtre $\tilde{Q}(f)$, dont l'objet est de reconstruire l'interférence entre symboles présente en sortie du filtre adapté. Cet égaliseur a été décrit paragraphe 2.6 et porte le nom d'annuleur d'interférences. D'après l'annexe A.6, les expressions de $\tilde{P}(f)$ et de $\tilde{Q}(f)$ sont les suivantes :

$$\tilde{P}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \tilde{H}^*(f) \quad (5.5)$$

$$\tilde{Q}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \left[|\tilde{H}(f)|^2 - 1 \right] \quad (5.6)$$

où σ_d^2 et σ_w^2 sont respectivement les variances des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$ et $\tilde{H}(f)$ la fonction de transfert du canal.

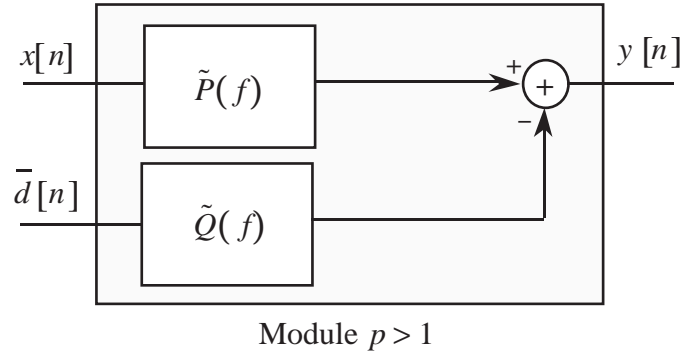


Figure 5.4 Structure de l'égaliseur optimal

En tenant compte des expressions (5.2), (5.5) et (5.6), les filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$\tilde{P}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \sum_{l=0}^L h^*[l] e^{j2\pi lT} \quad (5.7)$$

$$\tilde{Q}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \sum_{l=-L}^L q[l] e^{-j2\pi lT} \quad (5.8)$$

avec :

$$q[l] = \sum_{j=0}^L h^*[j-l]h[j] - \delta_{l,0} \quad (5.9)$$

Le filtre adapté possède le même nombre de coefficients que le canal discret équivalent, soit $(L+1)$. Le filtre $\tilde{Q}(f)$ dont le coefficient central $q[0]$ est nul, en possède $(2L+1)$.

L'expression (5.8) du filtre annuleur, dont l'entrée est alimentée par les valeurs moyennes des données, montre qu'il est nécessaire de connaître les échantillons $\bar{d}[n+i]$ ($i > 0$) à l'instant n . Cet égaliseur n'est donc pas causal. Dans le premier module ($p = 1$), pour résoudre ce problème de causalité on utilise un égaliseur sous optimal constitué par un égaliseur transverse linéaire, alimenté par les échantillons issus du canal. Pour les modules suivants ($p > 1$) les symboles $d[n]$ sont remplacés par leur valeur moyenne, calculée par le module $(p - 1)$.

On peut montrer, sous l'hypothèse d'avoir $\bar{d}[n]$ égal à $d[n]$ que l'échantillon $y[n]$ en sortie de l'annuleur d'interférences peut s'exprimer d'après les résultats du chapitre 2 par la relation :

$$y[n] = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \left[d[n] + \sum_{k=0}^L h^*[k] w[n+k] \right] \quad (5.10)$$

Dans ce cas l'interférence entre symboles a été totalement supprimée. Le bruit en sortie de l'égaliseur n'est plus blanc mais reste toutefois gaussien.

On notera aussi que le rapport signal à bruit en sortie de l'égaliseur, donné au chapitre 2 par la relation (2.38), est identique au rapport signal à bruit en sortie d'un canal gaussien sans interférence entre symboles. L'égaliseur proposé, de type annuleur d'interférences permet donc de supprimer l'interférence entre symboles introduite par le canal de transmission sans remonter le niveau du bruit.

5.3.2 Adaptation des coefficients de l'égaliseur

L'adaptation des coefficients des filtres de l'égaliseur peut être réalisée de diverses manières. Tout d'abord nous allons considérer le premier module ($p = 1$), où seuls les coefficients du filtre $\tilde{P}(f)$ sont à actualiser. Si l'on dispose de séquences d'apprentissage, on utilisera un algorithme de type gradient stochastique LMS pour les canaux stationnaires et un algorithme de type RLS pour les canaux non stationnaires à évolution rapide ($BT \leq 10^{-4}$ où B est la bande Doppler du canal). Si l'on ne dispose pas de séquence d'apprentissage le filtre transverse $\tilde{P}(f)$ sera remplacé par le SADFE.

Pour les modules suivants $p > 1$, deux stratégies sont possibles. La première consiste à adapter conjointement par un algorithme LMS les filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$. La seconde approche consiste à estimer les coefficients du canal à partir de la valeur moyenne des données $d[n]$ produites par le module $(p-1)$ puis, à calculer les coefficients de $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ à partir des relations (5.7) à (5.9). L'estimation des coefficients du canal sera effectuée à partir d'un algorithme LMS ou RLS selon que le canal soit stationnaire ou non. Cette seconde approche permet de diminuer le nombre de coefficients à actualiser, ce qui s'avère extrêmement intéressant lorsque l'on utilise notamment un algorithme RLS. Les équations d'actualisation des égaliseurs seront données ultérieurement.

Lorsqu'il existe un décalage fréquentiel important entre les oscillateurs d'émission et de réception, il est nécessaire d'introduire une fonction de correction de phase dans le turbo-égaliseur. Cette fonction consiste à multiplier la sortie du filtre $\tilde{P}(f)$ par un terme de la forme $e^{-j\hat{\theta}[n]}$, comme cela est indiqué sur la figure 5.5. La

phase $\theta[n]$ peut être estimée en utilisant un algorithme du gradient stochastique (voir chapitre 3, relation (3.15)).

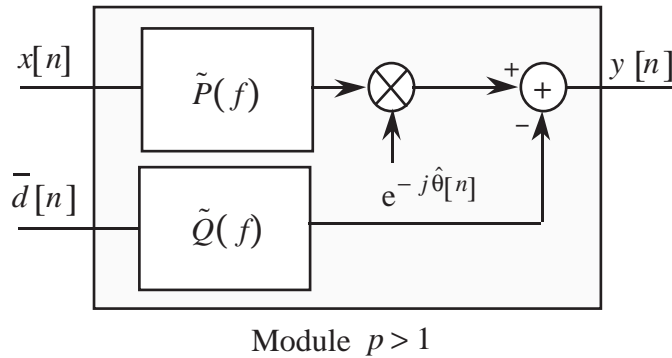


Figure 5.5 Principe de l'égaliseur avec correction de phase

5.3.3 Le convertisseur M-aire binaire

Cette fonction permet d'utiliser un décodeur de canal dont la structure est indépendante du nombre d'états de la modulation MAQ-M. Le convertisseur M-aire binaire associe à chaque échantillon $y[k]$ $2m$ échantillons représentatifs des $2m$ données binaires codées $c_i[k]$; $i = 1, 2, \dots, 2m$.

Les $2m$ échantillons associés à chaque échantillon $y[k]$ peuvent être obtenus en calculant le Logarithme du Rapport de Vraisemblance (LRV) des données codées, à partir des échantillons $y[k]$ en utilisant la relation suivante :

$$\Lambda(c_i[k]) = \lambda \log \frac{\Pr\{c_i[k] = 1 / y[k]\}}{\Pr\{c_i[k] = 0 / y[k]\}} \quad i = 1, 2, \dots, 2m \quad (5.11)$$

où λ est une constante.

En tenant compte du fait que les échantillons $y[k] = y_a[k] + j y_b[k]$ sont gaussiens conditionnellement aux symboles $d[k]$, l'expression (5.11) pour i allant de 1 à m peut encore se mettre sous la forme :

$$\Lambda(c_i[k]) = \lambda \log \frac{\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2\sigma_w^2} (y_a[k] - \beta a_{1,j})^2\right\}}{\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2\sigma_w^2} (y_a[k] - \beta a_{0,j})^2\right\}} \quad i = 1, \dots, m \quad (5.12)$$

où $a_{1,j}$ et $a_{0,j}$ représentent respectivement les réalisations du symbole $a[k]$ lorsque $c_i[k] = 1$ et $c_i[k] = 0$ et $\beta = \sigma_d^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)$.

De la même façon pour i allant de $(m + 1)$ à $2m$, on obtient :

$$\Lambda(c_i[k]) = \tilde{\lambda} \log \frac{\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2\sigma_w^2} (y_b[k] - \beta b_{1,j})^2\right\}}{\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2\sigma_w^2} (y_b[k] - \beta b_{0,j})^2\right\}} \quad i = (m + 1) \dots 2m \quad (5.13)$$

où $b_{1,j}$ et $b_{0,j}$ représentent respectivement les réalisations du symbole $b[k]$ lorsque $c_i[k] = 1$ et $c_i[k] = 0$.

En adoptant un codage de Gray, les expressions (5.12) et (5.13) peuvent être approximées pour $\tilde{\lambda} = \beta\sigma_w^2 / 2$, par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \Lambda(c_m[k]) &= |y_a[k]| - \beta 2^{m-1} \\ \Lambda(c_i[k]) &= |\Lambda(c_{i+1}[k])| - \beta 2^{i-1} ; i = (m - 1) \dots 2 \\ \Lambda(c_1[k]) &= y_a[k] \end{aligned} \quad (5.14)$$

et :

$$\begin{aligned} \Lambda(c_{2m}[k]) &= |y_b[k]| - \beta 2^{m-1} \\ \Lambda(c_{i+m}[k]) &= |\Lambda(c_{i+1+m}[k])| - \beta 2^{i-1} ; i = (m - 1) \dots 2 \\ \Lambda(c_{m+1}[k]) &= y_b[k] \end{aligned} \quad (5.15)$$

5.3.4 Le décodeur de canal

Après désentrelacement les échantillons $\Lambda(c_i[k])$ sont présentés à l'entrée d'un décodeur de canal à sortie pondérée, utilisant l'algorithme de Berrou-Adde [42].

Ce décodeur produit une nouvelle valeur approchée $\tilde{\Lambda}(c_i[k])$ du Logarithme du Rapport de Vraisemblance (LRV) des données codées.

$$\tilde{\Lambda}(c_i[k]) = \frac{1}{\rho} \log \frac{\Pr\{c_i[k] = 1 / \text{observation}\}}{\Pr\{c_i[k] = 0 / \text{observation}\}} \quad (5.16)$$

où ρ est une constante.

5.3.5 Estimation des valeurs moyennes des symboles $d[k]$

Pour alimenter le filtre $\tilde{Q}(f)$ de l'égaliseur, les symboles $d[n]$ étant inconnus ils sont remplacés par une estimation de leurs valeurs moyennes $\bar{d}[n] = \bar{a}[n] + j\bar{b}[n]$ calculées à partir de $\tilde{\Lambda}(c_i[k])$. On pourra remarquer que le coefficient central $q[0]$ du filtre $\tilde{Q}(f)$ étant nul, le décodeur ne recevra pas à son entrée l'information qu'il a produit à l'itération précédente. On respecte ainsi le principe des turbo-codes [41].

Cas de la modulation MAQ-16

Pour la modulation MAQ-16 chaque symbole $d[k] = a[k] + j b[k]$ est associé à quatre données codées ($c_i[k]$; $i = 1, 2, 3, 4$). En considérant un code de Gray, nous pouvons écrire :

$$\bar{a}[k] = 3 \Pr\{c_1[k] = 1, c_2[k] = 1\} + 1 \Pr\{c_1[k] = 1, c_2[k] = 0\} - 1 \Pr\{c_1[k] = 0, c_2[k] = 0\} - 3 \Pr\{c_1[k] = 0, c_2[k] = 1\} \quad (5.17)$$

$$\bar{b}[k] = 3 \Pr\{c_3[k] = 1, c_4[k] = 1\} + 1 \Pr\{c_3[k] = 1, c_4[k] = 0\} - 1 \Pr\{c_3[k] = 0, c_4[k] = 0\} - 3 \Pr\{c_3[k] = 0, c_4[k] = 1\} \quad (5.18)$$

En tenant compte que les données $c_i[k]$ associées aux symboles $d[k]$ sont mutuellement indépendantes et, en utilisant les relations (5.16), (5.17) et (5.18), les valeurs moyennes des symboles $\bar{a}[k]$ et $\bar{b}[k]$ sont respectivement égales à :

$$\bar{a}[k] = \frac{3e^{\rho[\tilde{\Lambda}(c_1[k]) + \tilde{\Lambda}(c_2[k])]} + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_1[k])} - 1 - 3e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_2[k])}}{\left[1 + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_1[k])}\right] \left[1 + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_2[k])}\right]} \quad (5.19)$$

et :

$$\bar{b}[k] = \frac{3e^{\rho[\tilde{\Lambda}(c_3[k]) + \tilde{\Lambda}(c_4[k])]} + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_3[k])} - 1 - 3e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_4[k])}}{\left[1 + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_3[k])}\right] \left[1 + e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_4[k])}\right]} \quad (5.20)$$

Cas de la modulation MAQ-4

Pour une modulation de phase à quatre états (MAQ-4), les symboles $a[k]$ et $b[k]$ étant binaires il n'y a pas à insérer de convertisseur M-aire binaire entre le désentrelaceur et le décodeur de canal. Les expressions des valeurs moyennes des symboles $a[k]$ et $b[k]$ sont respectivement égales à :

$$\bar{a}[k] = \frac{e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_1[k])} - 1}{e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_1[k])} + 1} \quad (5.21)$$

et :

$$\bar{b}[k] = \frac{e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_2[k])} - 1}{e^{\rho\tilde{\Lambda}(c_2[k])} + 1} \quad (5.22)$$

Cas de la modulation MDP-2

Pour une modulation de phase à deux états (MDP-2), les symboles $d[k] = a[k]$ étant binaires et réels, ils sont associés à une seule donnée codée $c[k]$. Leur valeur moyenne est simplement donnée par la relation (5.21).

5.3.6 L'entrelacement

L'entrelacement est réalisé au niveau des symboles $d[k]$ qui sont écrits ligne par ligne dans une matrice carré de dimension $N_1 = 64, N_2 = 64$ et lus, de manière non uniforme. Le symbole de sortie de l'entrelaceur est noté $d[n]$.

Pour un couple (i, j) ; i étant fixé ($i = 0, 1, \dots, (N_1 - 1)$) et j variant de 0 à $(N_2 - 1)$, les coordonnées (i_l, j_l) du symbole émis sont :

$$\begin{aligned} i_l &= 2 \bmod_{N_A/2}(x) + 1 && \text{si } i \text{ pair} \\ i_l &= 2 \bmod_{N_A/2}(x) && \text{si } i \text{ impair} \\ j_l &= \bmod_{N_2}(jy) \end{aligned} \quad (5.23)$$

où \bmod_{N_1} signifie modulo N_1 .

avec :

$$\begin{aligned} x &= \frac{2j+i}{2} && \text{si } i \text{ est pair} \\ x &= \frac{2j+i-1}{2} && \text{si } i \text{ est impair} \end{aligned} \quad (5.24)$$

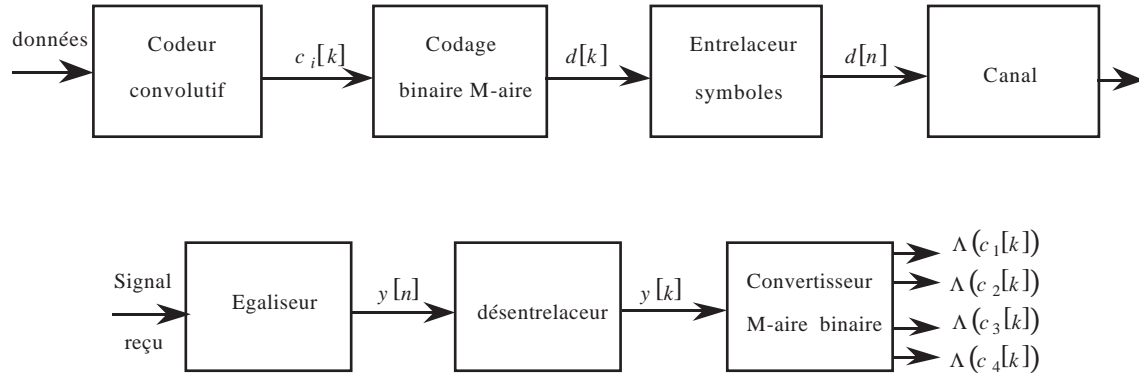
et :

$$\begin{aligned} y = 7 & \quad \text{si } z = 0 & \quad y = 29 & \quad \text{si } z = 4 \\ y = 17 & \quad \text{si } z = 1 & \quad y = 13 & \quad \text{si } z = 5 \\ y = 11 & \quad \text{si } z = 2 & \quad y = 21 & \quad \text{si } z = 6 \\ y = 23 & \quad \text{si } z = 3 & \quad y = 19 & \quad \text{si } z = 7 \end{aligned} \quad (5.25)$$

où z est égal à x modulo 8.

5.3.7 Intérêt de l'entrelacement par symbole

Nous allons montrer dans ce paragraphe, qu'à priori il est plus intéressant de réaliser un entrelaceur sur les symboles $d[k]$ que sur les éléments binaires $c_i[k]$, sortant du décodeur de canal. Pour cela, considérons la chaîne de transmission représentée sur la figure 5.6.



Nous allons supposer que la modulation utilisée est une MAQ-16 ainsi, en sortie du convertisseur M-aire binaire nous aurons 4 rapports de vraisemblance ($\Lambda(c_i[k])$; $i = 1, 2, 3, 4$) respectivement associé à 4 bits ($c_i[k]$; $i = 1, 2, 3, 4$). En utilisant les expressions (5.14) et (5.15), les 4 rapports de vraisemblance peuvent être respectivement approximés par :

$$\begin{aligned}
 \Lambda(c_1[k]) &= y_a[k] \\
 \Lambda(c_2[k]) &= |y_a[k]| - 2 \\
 \Lambda(c_3[k]) &= y_b[k] \\
 \Lambda(c_4[k]) &= |y_b[k]| - 2
 \end{aligned}
 \tag{5.26}$$

En faisant l'hypothèse qu'il n'y a plus d'interférence entre symboles en sortie de l'égaliseur, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 y_a[k] &= a[k] + \eta^c[k] \\
 y_b[k] &= b[k] + \eta^s[k]
 \end{aligned}
 \tag{5.27}$$

où $\eta^c[k]$ et $\eta^s[k]$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire du bruit en sortie de l'égaliseur.

En substituant (5.27) dans les relations (5.26), on obtient :

$$\begin{aligned}
\Lambda(c_1[k]) &= a[k] + \eta^c[k] \\
\Lambda(c_2[k]) &= |a[k] + \eta^c[k]| - 2 \\
\Lambda(c_3[k]) &= b[k] + \eta^s[k] \\
\Lambda(c_4[k]) &= |b[k] + \eta^s[k]| - 2
\end{aligned} \tag{5.28}$$

A chaque instant k , les métriques de branche utilisées par le décodeur de canal sont de la forme :

$$M_k(i, j) = \Lambda(c_1[k])i + \Lambda(c_2[k])j \tag{5.29}$$

où i et j sont les étiquettes de branche prenant les valeurs $\{\pm 1\}$ (+1 si la donnée codée est égale à 1 et -1 autrement). En tenant compte des relations (5.28) et (5.29), les métriques de branche peuvent prendre 4 valeurs de la forme :

$$\begin{aligned}
M_k(+1, +1) &= a[k] + \eta^c[k] + |a[k] + \eta^c[k]| - 2 \\
M_k(+1, -1) &= a[k] + \eta^c[k] - |a[k] + \eta^c[k]| + 2 \\
M_k(-1, +1) &= -a[k] - \eta^c[k] + |a[k] + \eta^c[k]| - 2 \\
M_k(-1, -1) &= -a[k] - \eta^c[k] - |a[k] + \eta^c[k]| + 2
\end{aligned} \tag{5.30}$$

Lorsque $a[k]$ est égal à +1 ou +3 on a généralement $a[k] + \eta^c[k] > 0$ et ainsi, les 4 métriques de branche sont encore égales à :

$$\begin{aligned}
M_k(+1, +1) &= 2a[k] + 2\eta^c[k] - 2 = 2\Lambda(c_1[k]) - 2 \\
M_k(+1, -1) &= +2 \\
M_k(-1, +1) &= -2 \\
M_k(-1, -1) &= -2a[k] - 2\eta^c[k] + 2 = -2\Lambda(c_1[k]) + 2
\end{aligned} \tag{5.31}$$

En considérant le codage de Gray suivant :

$c_1[k]$	$c_2[k]$	$a[k]$	$c_3[k]$	$c_4[k]$	$b[k]$
1	1	+3	1	1	+3
1	0	+1	1	0	+1
0	0	-3	0	0	-3
0	1	-3	0	1	-3

(5.32)

on peut remarquer que lorsque $a[k] = +1$ la métrique de branche la plus grande est probablement $M_k(+1, -1) = +2$ qui ne dépend alors pas du bruit. Lorsque $a[k] = +3$ la métrique de branche la plus grande est probablement $M_k(+1, +1) = 2\Lambda(c_1[k]) - 2$ qui, elle dépend du bruit.

On peut faire la même remarque que précédemment pour $a[k] = -1$ et $a[k] = -3$. En effet lorsque $a[k]$ est égal à -1 ou -3 on a généralement $a[k] + \eta^c[k] < 0$ et ainsi, les 4 métriques de branche sont encore égales à :

$$\begin{aligned}
M_k(+1, +1) &= -2 \\
M_k(+1, -1) &= 2a[k] + 2\eta^c[k] + 2 = 2\Lambda(c_1[k]) + 2 \\
M_k(-1, +1) &= -2a[k] - 2\eta^c[k] - 2 = -2\Lambda(c_1[k]) - 2 \\
M_k(-1, -1) &= +2
\end{aligned} \tag{5.33}$$

On peut remarquer que lorsque $a[k] = -1$ la métrique de branche la plus grande est probablement $M_k(-1, -1) = +2$, qui ne dépend pas du bruit.

Nous venons de voir, que sous certaines conditions, il existe des métriques de branche qui sont indépendantes du bruit. Parmi ces conditions, il faut que les 2 termes consécutifs de bruit qui interviennent dans chaque relation de (5.30) soient identiques, ce qui est réalisé si l'entrelacement est fait au niveau des symboles $d[n]$ (voir figure 5.6). Si on entrelace au niveau des données codées, les termes de bruit intervenant dans chaque expression de (5.30) sont de la forme $\eta^c[n]$ et $\eta^c[k]$, $k \neq n$. Ainsi, ces 2 termes de bruit ne pourront jamais s'annuler pour produire des métriques indépendantes du bruit.

5.4 Turbo-égalisation avec séquence d'apprentissage

5.4.1 Canaux stationnaires

Pour un canal stationnaire (canal gaussien sélectif en fréquence), on utilisera généralement un algorithme du gradient stochastique LMS-DD pour actualiser les coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$. Nous rappelons ci-dessous cet algorithme.

Considérons d'abord le cas d'un module $p > 1$. En appelant $\mathbf{P}_n = [p_n[0], \dots, p_n[L]]^t$ et $\mathbf{Q}_n = [q_n[-L], \dots, 0, \dots, q_n[L]]^t$ les vecteurs dont les composantes sont respectivement les coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ à l'instant n , on peut écrire :

$$\mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{P}_n - \mu \mathbf{X}_n^* (y[n] - \hat{d}[n]) \tag{5.34}$$

et :

$$\mathbf{Q}_{n+1} = \mathbf{Q}_n + \mu \overline{\mathbf{D}}_n^* (y[n] - \hat{d}[n]) \tag{5.35}$$

où $\mathbf{X}_n = [x[n], \dots, x[n+L]]^\dagger$ et $\bar{\mathbf{D}}_n = [\bar{d}[n-L], \dots, \bar{d}[n], \dots, \bar{d}[n+L]]^\dagger$ sont respectivement le vecteur d'observation et le vecteur des valeurs moyennes des symboles $d[n]$ produit par le module $(p-1)$ et utilisés par l'égaliseur à l'instant n . μ et μ' sont deux pas d'adaptation et $\hat{d}[n] = \hat{a}[n] + j\hat{b}[n]$ est le symbole $d[n]$ décodé par le module $(p-1)$ à partir des quantités $\bar{d}[n] = \bar{a}[n] + j\bar{b}[n]$.

Pour une modulation MAQ-M les règles de décodage des symboles $a[n]$ et $b[n]$, en supposant le rapport $\sigma_d^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)$ voisin de l'unité (voir relation (2.7)) sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{a}[n] &= (M-1) & \text{si} & \quad \bar{a}[n] > (M-2) \\ \hat{a}[n] &= (2i+1) & \text{si} & \quad 2i < \bar{a}[n] < 2i+2 \\ \hat{a}[n] &= -(2i+1) & \text{si} & \quad -2i-2 < \bar{a}[n] < 2i \\ \hat{a}[n] &= -(M-1) & \text{si} & \quad \bar{a}[n] < -(M-2) \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} \hat{b}[n] &= (M-1) & \text{si} & \quad \bar{b}[n] > (M-2) \\ \hat{b}[n] &= (2i+1) & \text{si} & \quad 2i < \bar{b}[n] < 2i+2 \\ \hat{b}[n] &= -(2i+1) & \text{si} & \quad -2i-2 < \bar{b}[n] < 2i \\ \hat{b}[n] &= -(M-1) & \text{si} & \quad \bar{b}[n] < -(M-2) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Pour le premier module ($p=1$), seuls les coefficients du filtre $\tilde{P}(f)$ sont à actualiser. Pour cela on utilise encore la relation (5.34) mais $\hat{d}[n]$ est maintenant le symbole $d[n]$ décodé à partir de la sortie $y[n]$ de l'égaliseur. Les règles de décodage sont encore données par les relations (5.36) et (5.37) en remplaçant $\bar{a}[n]$ par $y_a[n]$ et $\bar{b}[n]$ par $y_b[n]$.

Pour la modulation MDP-2 le décodage des données se fait simplement en comparant la sortie du décodeur de canal à un seuil fixé à zéro. De plus, les symboles $d[n]$ étant binaires (± 1) et réels, l'actualisation des coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ se fait en remplaçant $y[n]$ par $\text{Re}\{y[n]\}$ dans les relations (5.34) et (5.35).

Au fil des itérations, le filtre $\tilde{P}(f)$ converge vers le filtre adapté au canal et la sortie du filtre $\tilde{Q}(f)$ tend vers le signal d'interférence entre symboles présent en sortie du filtre $\tilde{P}(f)$. Ainsi, après quelques itérations la sortie de l'égaliseur à l'instant n ne dépend plus que du symbole $d[n]$ et du bruit.

Pour les simulations nous avons considéré un code convolutif de distance libre $d_f = 7$, de rendement $R = 1/2$, de longueur de contrainte 5 et de polynômes générateurs 23,35 (exprimés en octal).

Pour favoriser la convergence des égaliseurs appartenant aux P modules du turbo-égaliseur, on utilise une séquence d'apprentissage. Les 2048 premiers symboles de modulation $d[n]$ émis sont supposés connus du turbo-égaliseur. On utilise alors l'algorithme d'adaptation LMS-DA qui s'obtient en remplaçant $\hat{d}[n]$ par $d[n]$ dans les relations (5.34) et (5.35). Pour les itérations ($p > 1$), on remplace $\bar{d}[n]$ par $d[n]$ en entrée du filtre annuleur $\tilde{Q}(f)$, lorsque l'on se situe dans la phase d'apprentissage.

Les performances en termes de taux d'erreurs binaires (Teb) sont évaluées par une méthode de type Monte-Carlo, et chaque valeur de Teb a été obtenue en comptant au moins 100 erreurs. Ces performances ont été déterminées pour une modulation de phase à quatre états (MDP-4) et une modulation d'amplitude suivant deux porteuses en quadrature à 16 états (MAQ-16), pour deux modèles de canaux. Un décalage en fréquence $\Delta fT = 10^{-3}$ et en phase $\Delta \varphi = 0,8$ entre les oscillateurs d'émission et de réception a été pris en compte dans les simulations. Les pas d'adaptation μ et μ' utilisés dans les algorithmes du gradient pour actualiser les coefficients des différents filtres numériques, ont été fixés pour toutes les simulations à 0,003 lors des périodes d'apprentissage et à 0,0005 dans les périodes de poursuite. Les quantités G_1 , G_2 (circuit de récupération de porteuse) ont été choisies respectivement égales à 0,02 et 0,0001. Nous avons aussi tracé le Teb de la transmission en utilisant un égaliseur à décision dans la boucle (DFE) piloté par les vraies données, ayant 31 coefficients dans la partie avant et 15 coefficients dans la partie arrière, suivi d'un entrelaceur et d'un décodeur de canal.

5.4.1.1 Le canal de Porat et Friedlander

Cas de la modulation MDP-4

Sur la figure 5.7 nous avons tracé le taux d'erreurs binaires (Teb) en fonction du rapport E_b / N_0 en sortie d'un turbo-égaliseur, pour un canal de Porat et Friedlander et une modulation de phase à quatre états (MDP-4). Sur ce canal réputé assez difficile à égaliser les performances du turbo-égaliseur, après quatre itérations se confondent avec celles d'un canal sans interférence entre symboles et avec codage, dès lors que le rapport signal à bruit est supérieur à 4 dB. Ainsi le turbo-égaliseur permet de s'affranchir totalement de la sélectivité en fréquence de ce canal sans toutefois remonter le niveau du bruit, ce que ne parvient pas à faire l'égaliseur à décision dans la boucle (DFE). Pour un Teb de 10^{-5} , le gain par rapport à un égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données est environ de 1,5 dB.

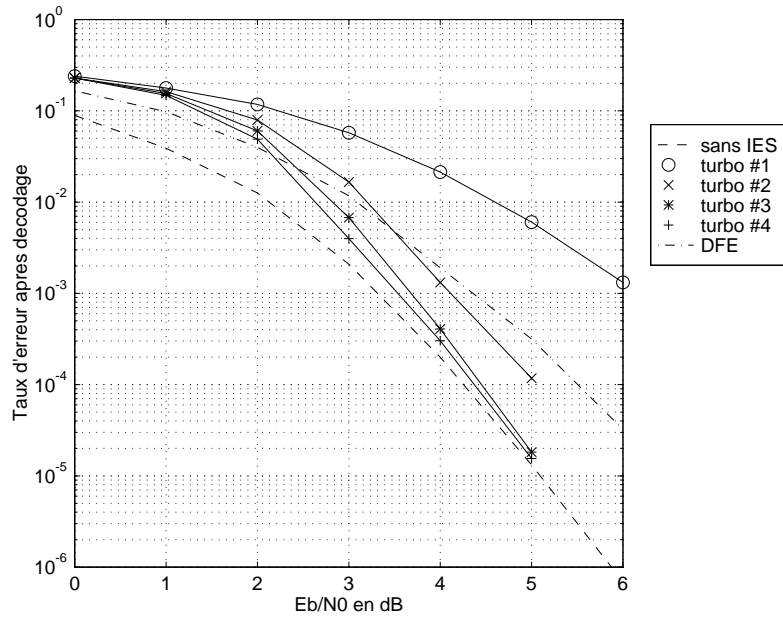


Figure 5.7 Performances de la turbo-égalisation sur canal de Porat et Friedlander pour une modulation MDP-4 en fonction du rapport E_b/N_0

Sur la figure 5.8 nous avons tracé d'une part la constellation du signal reçu pour un rapport $E_b / N_0 = 4\text{dB}$ et d'autre part, les constellations des signaux (valeur moyenne des symboles d_n) placés à l'entrée du filtre $\tilde{Q}(f)$ pour les itérations 1 à 5. On peut remarquer que dès la troisième itération ces signaux possèdent une constellation très voisine de celle d'une modulation MDP-4. Ainsi, pour un rapport signal à bruit supérieur ou égal à 4 dB, le filtre $\tilde{Q}(f)$, appelé filtre annuleur sur la figure 5.8 est en mesure de reconstruire l'interférence entre symboles présente en sortie du filtre $\tilde{P}(f)$ (filtre adapté).

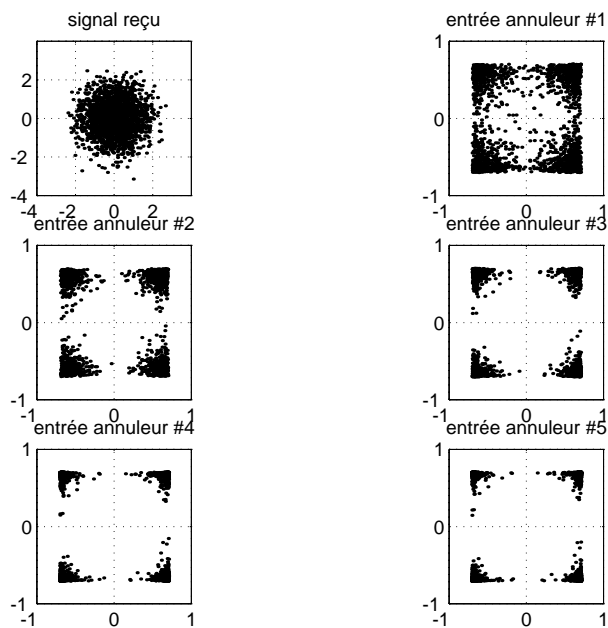


Figure 5.8 Constellations des signaux à l'entrée du turbo-égaliseur et du filtre annuleur pour une modulation MDP-4 et un rapport $E_b/N_0 = 4$ dB

Sur la figure 5.9 nous avons donné, pour un rapport $E_b / N_0 = 4$ dB les valeurs théoriques et les valeurs obtenues à la quatrième itération des coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$. Sur la figure 5.9 les graduations en abscisse correspondent à l'indice des coefficients des filtres de l'égaliseur. On peut remarquer que les réponses de ces deux filtres ont bien convergé vers les réponses optimales.

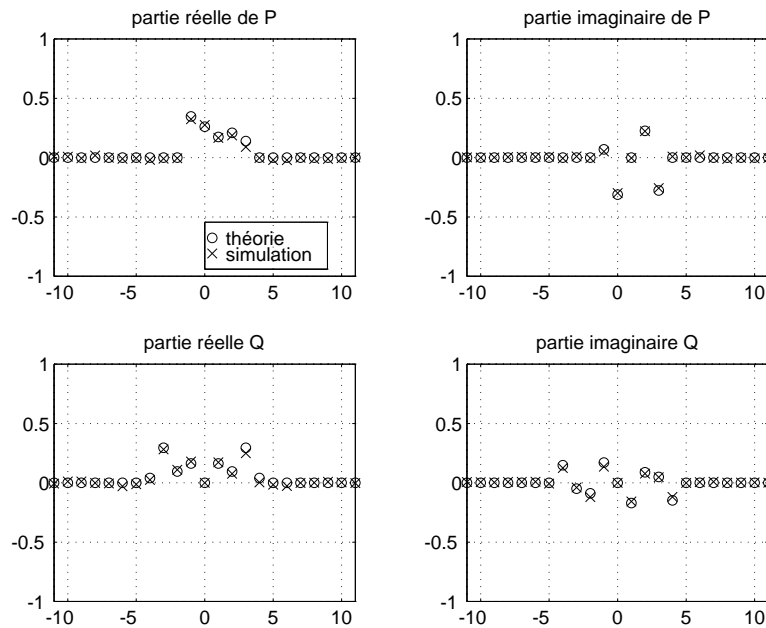


Figure 5.9 Valeurs théoriques et valeurs obtenues après la quatrième itération des coefficients des filtres de l'annuleur d'interférences pour une modulation MDP-4 et un rapport $E_b/N_0 = 4$ dB

Sur la figure 5.10 nous avons tracé, pour un rapport $E_b / N_0 = 7$ dB l'erreur quadratique moyenne (EQM) en sortie de l'égaliseur pour la première (LE : Linear Equalizer) et la quatrième itération (AI : Annuleur d'Interférences) en fonction du nombre de symboles traités. Cette EQM a été déterminée en prenant la moyenne des erreurs quadratiques obtenues à partir de 100 séquences de 10 000 symboles. On peut remarquer que l'EQM est à peu près stabilisée après avoir traité 2000 symboles, ce qui correspond à la longueur de la séquence d'apprentissage.

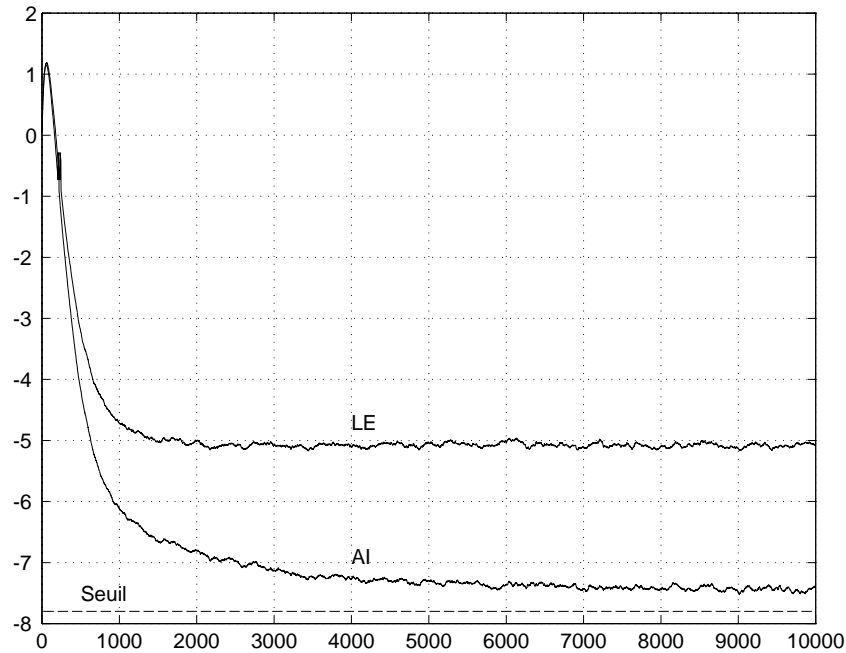


Figure 5.10 Évolution de l'erreur quadratique moyenne en sortie de l'égaliseur pour un canal de Porat et Friedlander et un rapport $E_b/N_0 = 7$ dB en fonction du nombre de symboles traités

Cas de la modulation MAQ-16

La figure 5.11 représente le taux d'erreurs binaires (T_{eb}) en sortie du turbo-égaliseur en considérant une modulation d'amplitude suivant deux porteuses en quadrature à 16 états (MAQ-16). Après quatre itérations les performances du turbo-égaliseur se confondent avec celles d'un canal sans interférence entre symboles et avec codage, dès lors que le rapport signal à bruit est supérieur ou égal à 7 dB. Ainsi le turbo-égaliseur permet encore de s'affranchir de la sélectivité en fréquence du canal avec une modulation à 16 états mais, pour un rapport signal à bruit de 7 dB soit 3 dB de plus que pour une modulation MDP-4. On notera aussi que le turbo-égaliseur conduit toujours à de meilleures performances que l'égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données. Le gain par rapport à cet égaliseur pour un taux d'erreurs de 10^{-5} est de l'ordre de 2 dB.

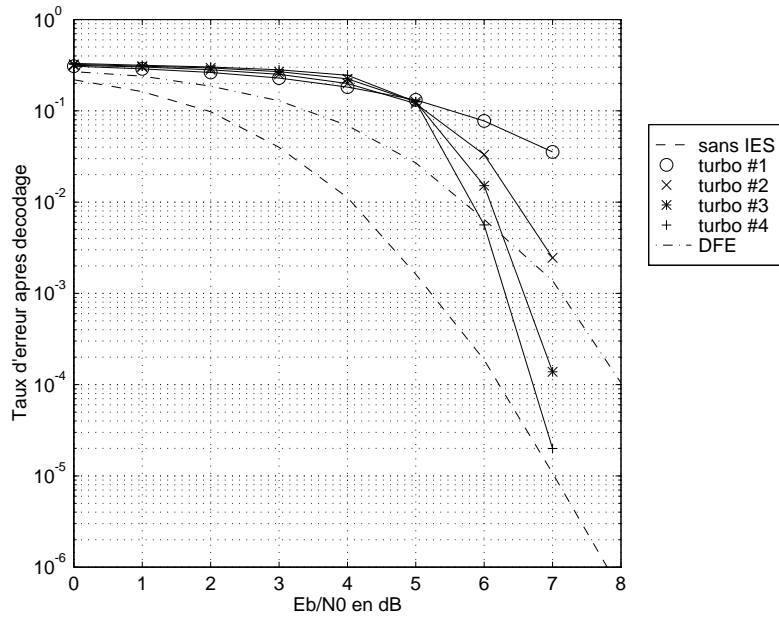


Figure 5.11 Performances de la turbo-égalisation sur canal de Porat et Friedlander pour une modulation MAQ-16 en fonction du rapport E_b/N_0

Sur la figure 5.12 nous avons tracé la constellation du signal reçu ainsi que les constellations des signaux (valeur moyenne des symboles d_n) placés à l'entrée du filtre $\tilde{Q}(f)$, pour les itérations 1 à 5 et un rapport $E_b/N_0 = 7$ dB. A partir de la quatrième itération ces signaux possèdent une constellation très voisine de celle d'une modulation MAQ-16. Ainsi, dès lors que le rapport signal à bruit est supérieur ou égal à 7 dB, la sortie de l'égaliseur est susceptible d'être sans interférence entre symboles.

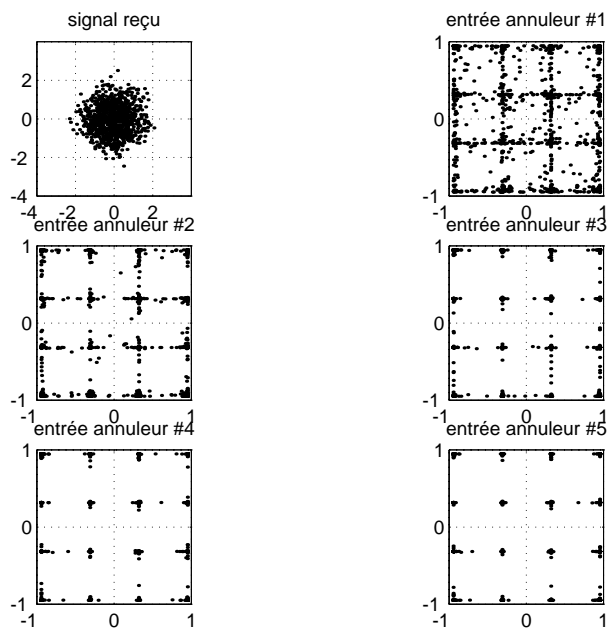


Figure 5.12 Constellations des signaux à l'entrée du turbo-égaliseur et du filtre annuleur pour une modulation MAQ-16 et un rapport $E_b/N_0 = 7$ dB

Sur la figure 5.13 sont indiquées les valeurs théoriques et les valeurs obtenues à la quatrième itération des coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$, pour un rapport signal à bruit de 7 dB. Les graduations en abscisse correspondent à l'indice des coefficients des filtres de l'égaliseur. On peut noter quelques disparités entre ces deux valeurs ainsi, on peut supposer que les réponses des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ n'ont pas exactement convergé vers les réponses optimales. Ceci a toutefois peu de conséquences sur les performances du turbo-égaliseur comme le montre bien les résultats présentés sur la figure 5.11.

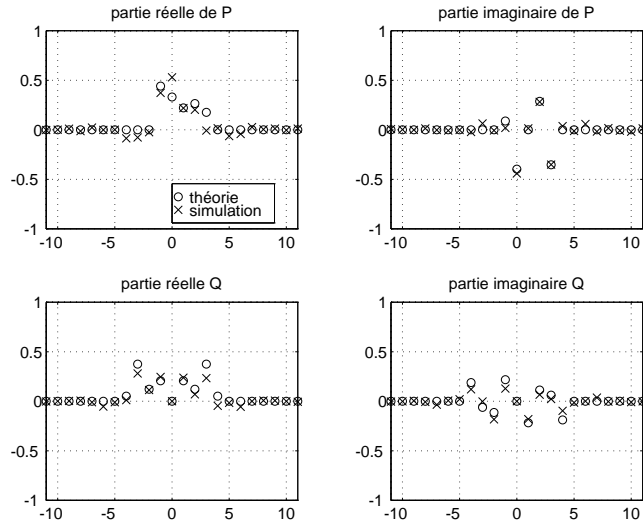


Figure 5.13 Valeurs théoriques et valeurs obtenues après la quatrième itération des coefficients des filtres de l'annuleur d'interférences pour une modulation MAQ-16 et un rapport $E_b/N_0 = 7$ dB

Sur la figure 5.14 nous avons tracé, pour un rapport $E_b / N_0 = 10$ dB l'erreur quadratique moyenne (EQM) en sortie de l'égaliseur pour la première (LE : Linear Equaliser) et la quatrième itération (AI : Annuleur d'Interférences) en fonction du nombre de symboles traités. On aboutit aux mêmes conclusions que pour la modulation MDP-4, l'EQM est stabilisée après le traitement de 2000 symboles.

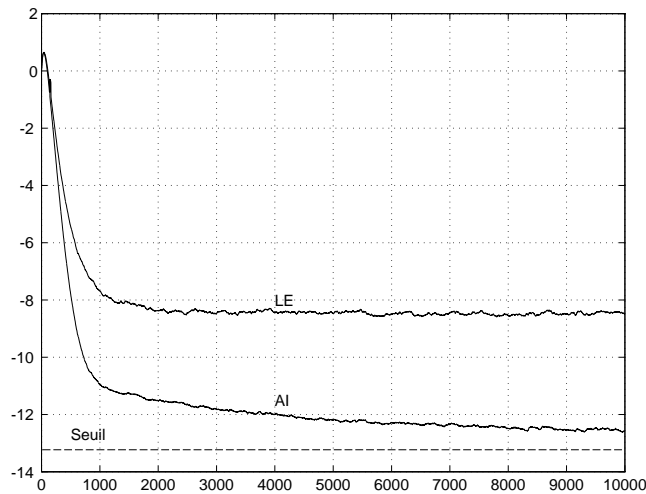


Figure 5.14 Évolution de l'erreur quadratique moyenne en sortie de l'égaliseur pour un canal de Porat et Fiedlander et un rapport $E_b/N_0 = 10$ dB en fonction du nombre de symboles traités

5.4.1.2 Le canal de Proakis "A"

Cas de la modulation MDP-4

Sur la figure 5.15 nous avons tracé le taux d'erreurs binaires (Teb) en fonction du rapport E_b / N_0 en sortie d'un turbo-égaliseur, pour un canal proposé par Proakis et une modulation de phase à quatre états (MDP-4). Pour ce canal a priori assez facile à égaliser, deux itérations suffisent pour que les performances du turbo-égaliseur se confondent avec celles d'un canal sans interférence entre symboles et avec codage, dès lors que le rapport signal à bruit est supérieur ou égal à 2 dB. Pour ce canal le turbo-égaliseur conduit toujours à de meilleures performances que l'égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données, même si le gain n'est plus que de 0,5 dB, pour un taux d'erreurs de 10^{-5} .

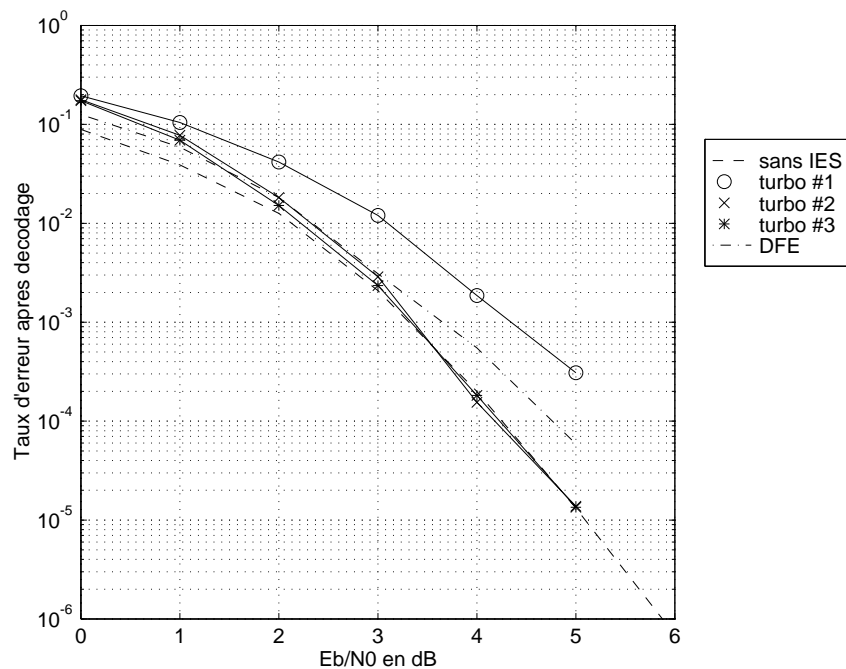


Figure 5.15 Performances de la turbo-égalisation sur le canal Proakis A pour une modulation MDP-4 en fonction du rapport E_b/N_0

Cas de la modulation MAQ-16

La figure 5.16 représente aussi le taux d'erreurs binaires en sortie d'un turbo-égaliseur mais pour une modulation d'amplitude suivant deux porteuses en quadrature à 16 états (MAQ-16). Après trois itérations les performances du turbo-égaliseur se

confondent avec celles d'un canal sans interférence entre symboles et avec codage, dès lors que le rapport signal à bruit est supérieur ou égal à 6 dB.

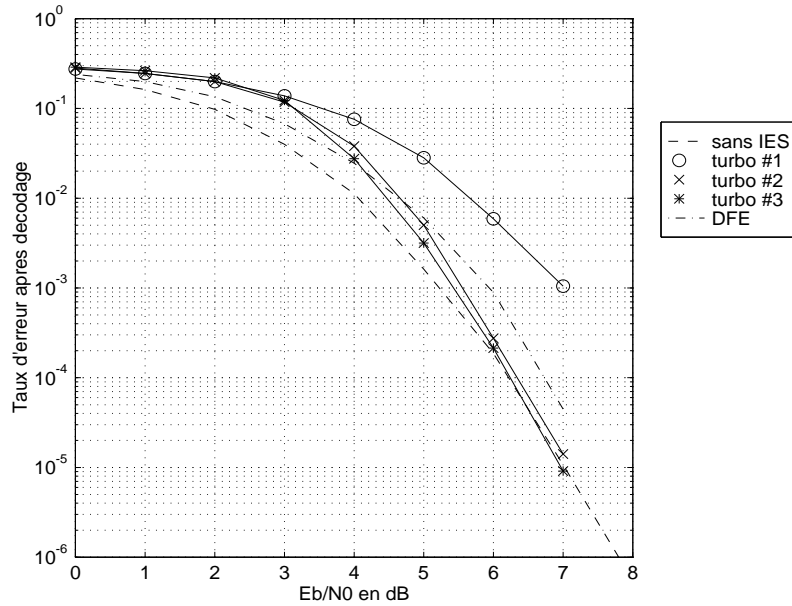


Figure 5.16 Performances de la turbo-égalisation sur le canal Proakis A pour une modulation MAQ-16 en fonction du rapport E_b/N_0

5.4.2 Canaux non stationnaires

La propagation d'un signal numérique sur certains canaux peut se faire par l'intermédiaire de plusieurs trajets atténués aléatoirement et soumis à un effet Doppler. Ce canal est alors sélectif en fréquence et non stationnaire. Les trajets multiples sont généralement affectés par des bruits multiplicatifs complexes dont le module suit une loi de Rayleigh. La description et la méthode utilisée pour simuler ces canaux est largement détaillée dans [43].

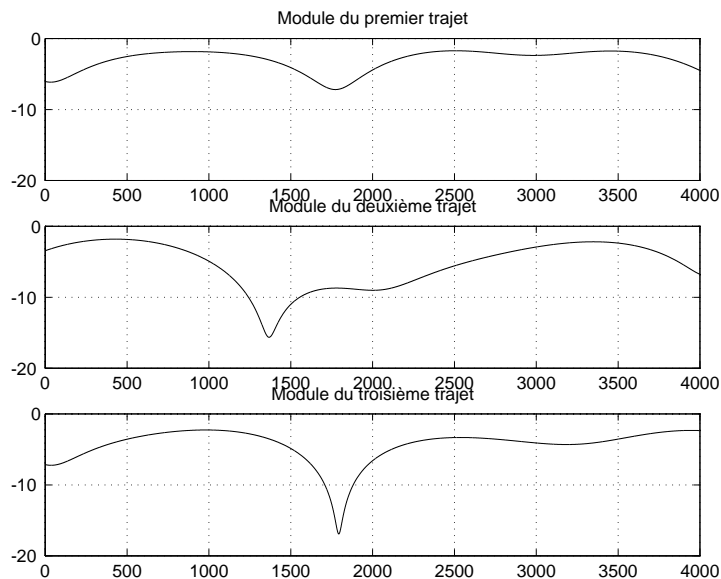


Figure 5.17 Évolution du module des atténuations affectant les trajets d'un canal de Rayleigh en fonction du temps exprimé en nombre de durée symbole

Pour illustrer ces canaux, nous avons tracé figure 5.17, pour un canal de Rayleigh à 3 trajets de même puissance ayant un $BT = 0,001$ (où B représente la bande Doppler du canal), le module des atténuations subit par chaque trajet. On constate de fortes atténuations qui auront pour effet de dégrader la qualité de la transmission.

Pour le premier module ($p = 1$) on utilise un égaliseur transverse linéaire. Pour parvenir à suivre les fortes variations du canal il est nécessaire d'utiliser un algorithme de type moindres carrés récursifs ou Recursive Least Square (RLS) en anglo-américain. La fonction de coût à minimiser est définie de la manière suivante :

$$J_{RLS}(\mathbf{R}) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} |\varepsilon[k]|^2 \quad (5.38)$$

où $\varepsilon[k]$ correspond à une erreur à minimiser qui est fonction d'un vecteur \mathbf{R} dont les composantes sont les coefficients de l'égaliseur.

Si l'on désire minimiser l'EQM en sortie de l'égaliseur linéaire transverse, la fonction de coût s'écrit :

$$J_{RLS-DD}(\mathbf{R}) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} |y[k] - \hat{d}[k]|^2 \quad (5.39)$$

où $y[k]$ est la sortie de l'égaliseur transverse et $\hat{d}[k]$ la donnée décidée.

La complexité calculatoire de l'algorithme RLS [18] est nettement supérieure à celle de l'algorithme du gradient stochastique. On prendra donc un égaliseur transverse linéaire de faible longueur afin de limiter la charge de calculs.

Pour les modules suivants ($p > 1$), nous avons vu qu'il est plus simple d'estimer les coefficients du canal à partir des données $\{\hat{d}[n]\}_{p-1}$ fournies par le module ($p - 1$) précédent et du signal reçu $x[n]$, que d'actualiser directement les coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$. L'estimation des coefficients du canal à partir d'un algorithme RLS s'obtient en minimisant la fonction de coût suivante :

$$J_{RLS-Estimation}(\hat{\mathbf{H}}) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} |x[k] - \hat{\mathbf{H}}_k^t \bar{\mathbf{D}}_k|^2 \quad (5.40)$$

où $\hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{k}} = [\hat{h}_k[-L], \dots, \hat{h}_k[0], \dots, \hat{h}_k[L]]$ et $\bar{\mathbf{D}}_{\mathbf{k}} = [\bar{d}_k[-L] \dots \bar{d}_k[0] \dots \bar{d}_k[L]]$ sont respectivement le vecteur des coefficients estimés du canal discret équivalent et le vecteur des valeurs moyennes des données, déterminé à l'itération $(p-1)$.

Après estimation des coefficients du canal, on peut calculer à partir des expressions (5.7) à (5.9) les coefficients du filtre adapté et du filtre annuleur d'interférences. Cette technique limite le nombre de coefficients à actualiser et permet de suivre de fortes variations du canal.

Pour favoriser la convergence des égaliseurs appartenant aux P modules du turbo-égaliseur, on utilise une séquence d'apprentissage périodique de 20%, soit 25 symboles d'apprentissage pour 125 symboles émis. Les symboles d'apprentissage $d[n]$ émis sont supposés connus du turbo-égaliseur. On utilise alors l'algorithme d'adaptation RLS précédemment défini en remplaçant $\hat{d}[n]$ par $d[n]$ dans la relation (5.39). Pour les itérations $p-1$, on remplace $\bar{d}[n]$ par $d[n]$ dans la relation (5.40) en entrée du filtre annuleur $\tilde{Q}(f)$, lorsque l'on se situe dans les périodes d'apprentissage. On notera que les performances du turbo-égaliseur présentées figures 5.18 et 5.19 ne tiennent pas compte de la perte occasionnée par l'apprentissage.

Les figures 5.18 et 5.19 présentent les résultats obtenus avec une MAQ-4 pour un canal de Rayleigh à 3 trajets de puissance identique et pour un $BT = 1.10^{-3}$. Pour les simulations nous avons choisi une matrice d'entrelacement non uniforme de 128x128 symboles afin d'éclater les paquets d'erreurs se produisant lors des évanouissements. Le codeur de canal est un codeur convolutif de polynômes générateurs 23,35. L'égaliseur transverse linéaire pour $p=1$ possède 9 coefficients et son coefficient central est initialisé à 1. L'estimateur de canal possède 4 coefficients de part et d'autre du coefficient central. Le facteur d'oubli de l'algorithme RLS est fixé à 0,965.

Les performances en termes de taux d'erreurs binaires (Teb) sont évaluées par une méthode de type Monte-Carlo, et chaque valeur du Teb a été obtenue en comptant au moins 500 erreurs et en s'assurant que la puissance moyenne sur l'ensemble des trajets était proche de 1.

La figure 5.18 représente le taux d'erreurs binaires en sortie de l'égaliseur. La courbe en trait hachuré correspond aux performances obtenues lorsque l'annuleur d'interférences est piloté et alimenté par les vraies données, ce qui correspond aux performances optimales du système. On voit que le principe de la turbo-égalisation

fonctionne bien et que lorsque $E_b/N_0 = 4$ dB, le taux d'erreurs binaires à la quatrième itération tangente la courbe optimale.

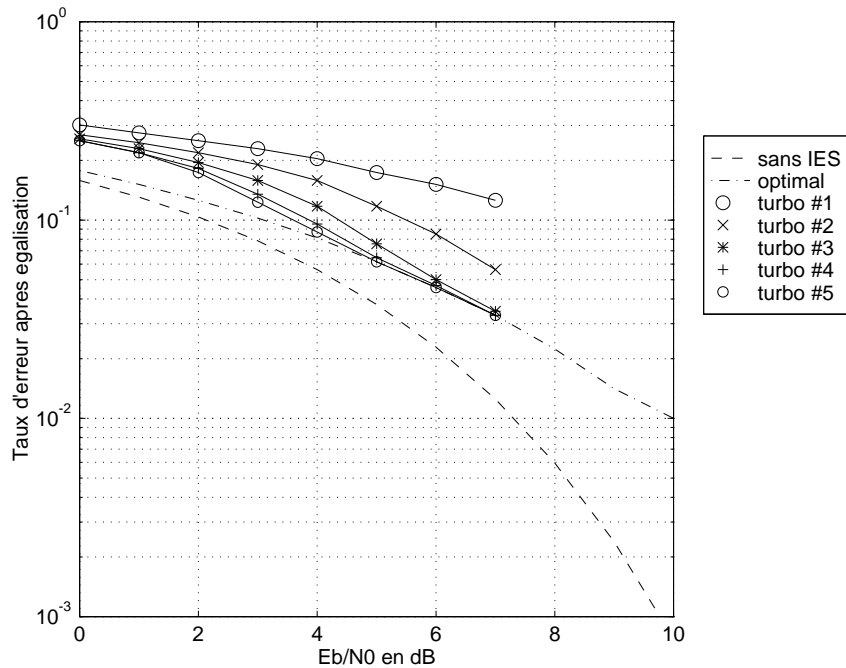


Figure 5.18 Taux d'erreurs binaires en sortie de l'égaliseur pour un canal de Rayleigh à trois trajets et une modulation MAQ-4, en fonction du rapport E_b/N_0

La figure 5.19 représente le taux d'erreurs en sortie du décodeur de canal. Comme précédemment la courbe en trait hachuré correspond aux performances optimales du système. Le turbo-égaliseur permet d'obtenir des performances très proches de l'optimalité. En effet, pour $E_b/N_0 = 6$ dB la dégradation des performances du turbo-égaliseur par rapport à la solution optimale n'est que de 0,25 dB.

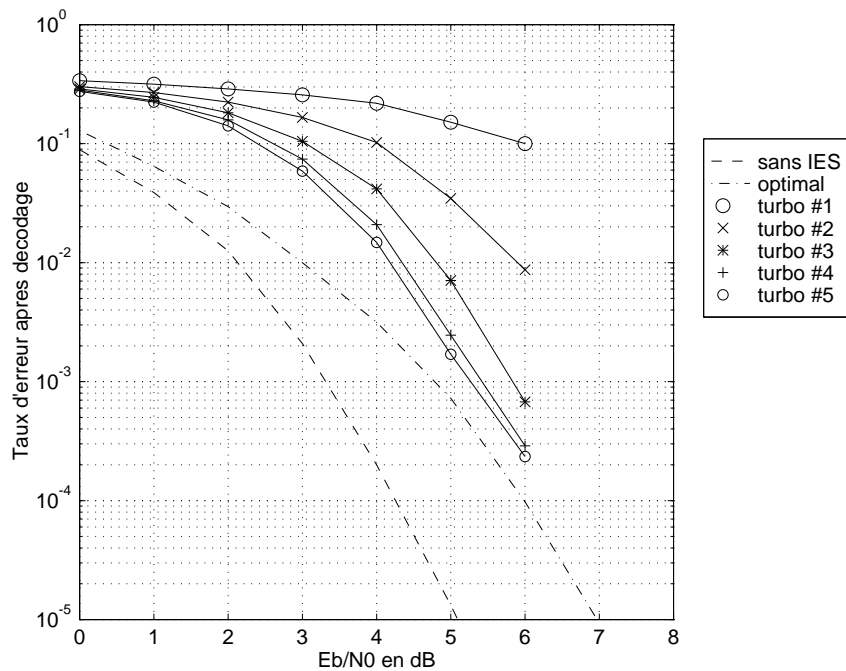


Figure 5.19 Taux d'erreurs binaires en sortie du décodeur de canal pour un canal de Rayleigh à trois trajets et une modulation MAQ-4, en fonction du rapport E_b/N_0

Ces premiers résultats sur canal de Rayleigh montrent la capacité du turbo-égaliseur à annuler l'interférence entre symboles, sans rehausser le niveau de bruit pour des canaux fortement non stationnaires

5.5 Turbo-égalisation autodidacte sur canal stationnaire

Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser au cas de la turbo-égalisation d'un canal stationnaire (canal gaussien sélectif en fréquence), lorsque l'on ne dispose pas d'une séquence d'apprentissage.

Dans un tel contexte, une solution consiste à retenir à la première itération ($p = 1$), l'égaliseur récursif autodidacte étudié au chapitre 3. Aux itérations suivantes ($p > 1$), on retrouve la même structure d'égaliseur qu'en présence de séquence d'apprentissage. L'actualisation des coefficients des filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ est effectuée par un algorithme du gradient stochastique à partir des relations (5.34) et (5.35).

Les performances en termes de taux d'erreurs binaires (Teb) de ce nouveau turbo-égaliseur ont été évaluées pour une modulation de phase à quatre états (MDP-4) et pour deux modèles de canaux stationnaires. Le décalage en fréquence et en phase entre les oscillateurs d'émission et de réception a été considéré nul $\Delta fT = 0$ et $\Delta\phi = 0$.

Les filtres transverse et récursif de l'égaliseur récursif autodidacte ($p = 1$) comportent respectivement 11 et 20 coefficients. Le cinquième coefficient du filtre transverse est initialisé à 1. Les pas d'adaptation sont fixés à 0,001 pour l'actualisation des filtres de l'égaliseur autodidacte et 0,01 pour le CAG.

Pour les itérations ($p > 1$), les filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ sont actualisés par un algorithme LMS-DD. Les pas d'adaptation μ et μ' utilisés dans les algorithmes du gradient ont été fixés à 0,0005. Les filtres $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ sont constitués de 31 coefficients.

Les quantités G_1 et G_2 utilisées pour la récupération de porteuse (RP) ont été choisies respectivement égales à 0,02 et 0,0001.

La figure 5.20 présente le taux d'erreurs binaires en sortie du décodeur pour le canal de Porat et Friedlander. Cette figure montre, que pour un rapport signal à bruit supérieur ou égal à 5 dB, les performances du turbo-égaliseur autodidacte tendent vers celles d'un canal gaussien sans interférences entre symboles.

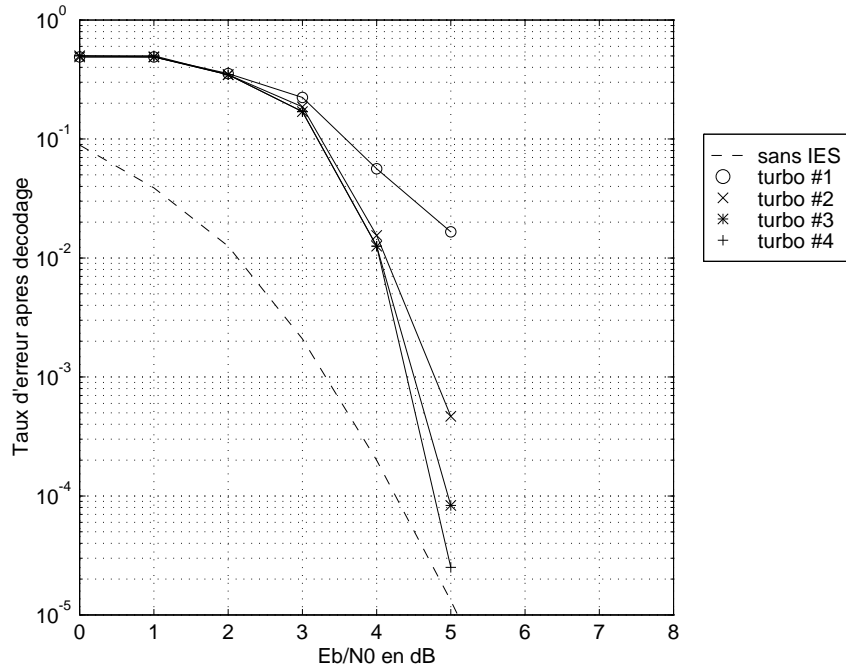


Figure 5.20 Taux d'erreurs binaires en sortie du décodeur de canal pour le canal de Porat et Friedlander et une modulation MAQ-4, en fonction du rapport E_b/N_0

La figure 5.21 présente les mêmes résultats que ceux de la figure 5.20 mais pour un canal de Proakis "A".

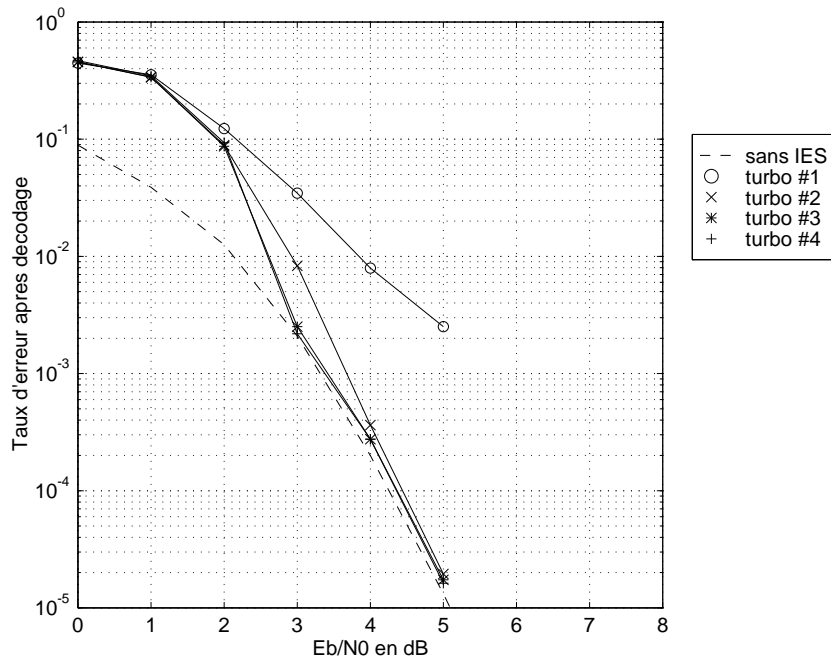


Figure 5.21 Taux d'erreurs binaires en sortie du décodeur de canal pour le canal de Proakis "A" et une modulation MAQ-4, en fonction du rapport E_b/N_0

Sur le canal de Proakis "A", on assiste à un comportement du turbo-égaliseur autodidacte tout à fait équivalent à celui observé sur le canal de Porat et Friedlander. En effet, lorsque le rapport signal à bruit est supérieur à 3 dB et après 3 itérations, les performances du turbo-égaliseur autodidacte sont identiques à celles d'un canal gaussien sans interférences entre symboles.

5.6 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons défini la structure d'un turbo-égaliseur [44] et évalué ses performances en termes de taux d'erreurs binaires, pour divers canaux et deux modulations (MDP-4 et MAQ-16). Nous avons montré, à partir de simulations que la turbo-égalisation permettait de s'affranchir de la sélectivité en fréquence des canaux considérés, sans remonter le niveau du bruit de la liaison après un nombre d'itérations compris entre 2 et 4 et, pour un rapport signal à bruit de seulement quelques dB. Pour les canaux testés, la turbo-égalisation a conduit à des performances toujours meilleures que celles obtenues avec un égaliseur à décision dans la boucle piloté par les vraies données. Nous avons aussi présenté des résultats dans le cas de canaux non stationnaires et défini une nouvelle technique d'adaptation des coefficients des égaliseurs afin de pouvoir suivre les variations du canal. Pour terminer, nous avons présenté les performances d'un turbo-égaliseur autodidacte pour deux canaux stationnaires.

Le premier point à souligner est que, quel que soit le canal considéré, l'effet turbo agit et permet, au fil des itérations d'améliorer les performances de l'ensemble égaliseur-décodeur. Pour les canaux stationnaires (canaux gaussiens sélectifs en fréquence) la turbo-égalisation semble être une très bonne solution puisqu'elle conduit à des performances très voisines d'un canal gaussien sans interférences entre symboles. Pour les canaux non stationnaires, le problème à traiter est plus délicat. En effet pour que le turbo-égaliseur converge au fil des itérations, il est nécessaire d'utiliser périodiquement une séquence d'apprentissage ainsi qu'un algorithme RLS pour estimer les coefficients du canal. Malgré cela, on assiste à un comportement du turbo-égaliseur sur ces canaux non stationnaires tout à fait intéressant et qui supporte largement la comparaison avec les solutions classiquement proposées.

CHAPITRE 6

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette thèse est consacrée aux transmissions sur des canaux sélectifs en fréquence et propose deux nouvelles approches pour combattre l'interférence entre symboles générée par ces canaux. La première consiste en un égaliseur de type DFE autodidacte à structure adaptative désignée par le sigle SADFE et la seconde est obtenue en associant un égaliseur et un décodeur de canal selon le principe des turbo-codes, d'où son nom de turbo-égaliseur.

L'égaliseur SADFE converge rapidement en mode autodidacte (sans séquence d'apprentissage) vers un DFE piloté par décision par une adaptativité structurelle et algorithmique fonction de la sévérité du canal. De plus cet égaliseur possède un comportement très robuste vis à vis des non stationnarités, ce qui lui procure un avantage indéniable par rapport aux égaliseurs pilotés par décision. Ce dispositif apparaît d'ailleurs à notre connaissance comme le plus rapide et le plus performant, en termes d'erreur résiduelle, des égaliseurs autodidactes proposés dans la littérature. Il a du reste été implémenté sur un environnement DSP (DSP 56001) et testé avec succès sur des signaux réels de communications acoustiques sous-marine, c'est-à-dire sur des canaux de transmission très sévères caractérisés à la fois par une réponse impulsionnelle longue et par la non stationnarité du milieu.

Les perspectives offertes par ce nouvel égaliseur sont nombreuses. En effet, il semble aujourd'hui possible de développer des systèmes de transmissions sur des canaux fortement sélectifs en fréquence ne nécessitant pas de séquences d'apprentissage et offrant des performances très supérieures à celles des égaliseurs transverses généralement utilisés. Les améliorations possibles du SADFE sont nombreuses et on retiendra surtout la réduction de la phase de convergence. Une autre perspective de grande envergure est de parvenir à transposer la structure du SADFE à des égaliseurs de type fractionnés ou multicapteurs.

Le turbo-égaliseur est un récepteur qui allie codage, entrelacement et égalisation. Le principe est d'exploiter au mieux les données produites par le décodeur de canal pour améliorer la fonction d'égalisation. Pour un égaliseur de type annuleur d'interférences, le turbo-égaliseur permet sur des canaux sélectifs en fréquence stationnaires d'obtenir les mêmes performances que celles d'un canal gaussien sans interférences avec codage et cela, même sans apprentissage. Pour les canaux non stationnaires, le turbo-égaliseur présente un très bon comportement si l'on dispose de séquences d'apprentissage périodiques.

Les performances obtenues avec le turbo-égaliseur permettent d'envisager des transmissions avec des taux d'erreurs relativement faibles sur des canaux sélectifs en fréquence et non stationnaire et cela pour des modulations à grand nombre d'états.

Le SADFE et le turbo-égaliseur ont été brevetés [33][44] et s'insèrent à mon avis dans le cadre des recherches actuelles dont le but est de transmettre un débit important avec des taux d'erreurs extrêmement faibles sur des canaux sélectifs en fréquence et non stationnaires. Je pense donc que ces égaliseurs ont un rôle à jouer dans les prochaines années au niveau des systèmes de communications numériques.

ANNEXES

ANNEXE A.1

Notations et rappel de quelques propriétés des systèmes discrets

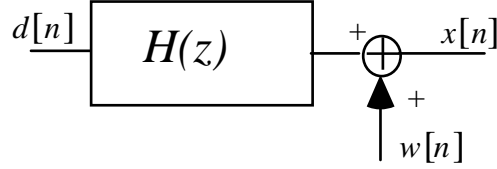


Figure A.1.1. Canal discret équivalent

Considérons un canal discret équivalent alimenté par des données $d[n]$ et perturbé par un bruit additif $w[n]$ (figure A.1.1). Ce canal peut être défini par sa fonction de transfert $H(z)$, transformée en z , notée TZ{.} de sa réponse impulsionnelle discrète.

$$H(z) = \text{TZ}\{h[k]\} = \sum_{k=0}^L h[k] z^{-k} \quad (\text{A.1.1})$$

où les $h[k]$ sont les coefficients de la réponse impulsionnelle discrète du canal.

On peut aussi définir la transformée de Fourier $\tilde{H}(f)$, notée TF{.}, de la réponse $\{h[k]\}$ du canal par :

$$\tilde{H}(f) = \text{TF}\{h[k]\} = \sum_{k=0}^L h[k] e^{-j2\pi kfT} \quad (\text{A.1.2})$$

avec :

$$h[k] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{H}(f) e^{j2\pi kfT} df \quad (\text{A.1.3})$$

On remarquera la correspondance entre la transformée de Fourier et la transformée en z :

$$\tilde{H}(f) = H(z) \Big|_{z=e^{j2\pi fT}} = H(e^{j2\pi fT}) \quad (\text{A.1.4})$$

$\tilde{H}(f)$ correspond à la réponse fréquentielle complexe du canal discret .

Soit $\tilde{R}_{hh}[k]$ la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle $\{h[l]\}$ du canal. Elle est définie par :

$$\tilde{R}_{hh}[k] = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h[l] h^*[l-k] \quad (\text{A.1.5})$$

La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{hh}[k]$ est appelé spectre d'énergie du signal ou spectre replié du signal $h[k]$:

$$\tilde{S}_{hh}(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{hh}[k] e^{-j2\pi f k T} = \tilde{H}(f) \tilde{H}^*(f) = |\tilde{H}(f)|^2 \quad (\text{A.1.6})$$

avec

$$\tilde{R}_{hh}[k] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{S}_{hh}(f) e^{j2\pi f k T} df = T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{A.1.7})$$

A partir de (A.1.5) et (A.1.7), pour $k = 0$, on obtient la version discrète du théorème de Parseval :

$$\tilde{R}_{hh}[0] = \sum_{k=0}^L |h[k]|^2 = T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 df \quad (\text{A.1.8})$$

On définit la transformée en z de la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{hh}[k]$ par :

$$S_{hh}(z) = \text{TZ} \{ \tilde{R}_{hh}[k] \} = H(z) H^*(1/z^*) \quad (\text{A.1.9})$$

On peut aussi définir la fonction d'autocorrélation des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$, quantités par définition aléatoires :

$$\tilde{R}_{dd}[k] = E \{ d[l] d^*[l-k] \} \quad (\text{A.1.10})$$

Si les données $d[n]$ sont centrées (moyenne nulle), mutuellement indépendantes et de même variance σ_d^2 alors la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{dd}[k]$ est égale à :

$$\tilde{R}_{dd}[k] = \sigma_d^2 \delta_{k,0} \quad (\text{A.1.11})$$

on dit que la séquence est blanche.

En prenant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{dd}[k]$, on obtient la quantité $\tilde{S}_{dd}(f)$ appelée densité spectrale de puissance de la séquence $\{d[n]\}$:

$$\tilde{S}_{dd}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{dd}[k] e^{-j2\pi f k T} \quad (\text{A.1.12})$$

Si la fonction d'autocorrélation $\tilde{R}_{dd}[k]$ vérifie la relation (A.1.11) alors la densité spectrale de puissance $\tilde{S}_{dd}(f)$ est constante et égale à la variance des données $d[n]$.

$$\tilde{S}_{dd}(f) = \sigma_d^2 \quad (\text{A.1.13})$$

avec

$$\sigma_d^2 = \text{var}\{d[n]\} = \tilde{R}_{dd}[0] \quad (\text{A.1.14})$$

Pour le bruit $w[n]$, on peut comme pour les données $d[n]$ définir les fonctions d'autocorrélation et de densité spectrale de puissance :

$$\tilde{R}_{ww}[k] = E\{w[l]w^*[l-k]\} \quad (\text{A.1.15})$$

$$\tilde{S}_{ww}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{ww}[k] e^{-j2\pi f k T} \quad (\text{A.1.16})$$

Si le bruit $w[n]$ est blanc alors les expressions (A.1.15) et (A.1.16) deviennent :

$$\tilde{R}_{ww}[k] = \sigma_w^2 \delta_{k,0} \quad (\text{A.1.17})$$

$$\tilde{S}_{ww}(f) = \sigma_w^2 \quad (\text{A.1.18})$$

où σ_w^2 est la variance du bruit $w[n]$.

Considérons maintenant le schéma de la figure A.1.1. Si les données $d[n]$ et le bruit $w[n]$ sont des variables aléatoires indépendantes, on peut écrire :

$$\text{var}\{x[n]\} = \text{var}\{d[n]*h[n]\} + \text{var}\{w[n]\} \quad (\text{A.1.19})$$

ou plus généralement :

$$\tilde{R}_{xx}[n] = \tilde{R}_{dd}[n]*h[n]*h^*[-n] + \tilde{R}_{ww}[n] \quad (\text{A.1.20})$$

On déduit aisément des relations (A.1.8), (A.1.14), (A.1.17), et (A.1.18) :

$$\tilde{R}_{xx}[0] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{S}_{dd}(f) |\tilde{H}(f)|^2 + \tilde{S}_{ww}(f) df \quad (\text{A.1.21})$$

En remplaçant les quantités $\tilde{S}_{dd}(f)$ et $\tilde{S}_{ww}(f)$ par leur expression (A.1.13) et (A.1.18), on obtient :

$$\text{var} \{x[n]\} = \tilde{R}_{xx}[0] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 df \quad (\text{A.1.22})$$

De la relation (A.1.21), on déduit que :

$$\tilde{S}_{xx}(f) = |\tilde{H}(f)|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \quad (\text{A.1.22})$$

ANNEXE A.2

Factorisation spectrale

Lorsque la factorisation spectrale est possible, la relation (A.1.22) prend la forme :

$$H(z)H^* \left(1 / z^* \right) \sigma_d^2 + \sigma_w^2 = S_\lambda \prod_{m=1}^M (1 - \alpha_{\lambda,m} z^{-1}) \prod_{m=1}^M (1 - \alpha_{\lambda,m}^* z) \quad (\text{A.2.1})$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) = \\ \ln S_\lambda + \ln \left(\prod_{m=1}^M (1 - \alpha_{\lambda,m} e^{-j2\pi f T}) \right) + \ln \left(\prod_{m=1}^M (1 - \alpha_{\lambda,m}^* e^{j2\pi f T}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2.2})$$

ou encore :

$$\begin{aligned} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) = \\ \ln S_\lambda + \sum_{m=1}^M \ln (1 - \alpha_{\lambda,m} e^{-j2\pi f T}) + \sum_{m=1}^M \ln (1 - \alpha_{\lambda,m}^* e^{j2\pi f T}) \end{aligned} \quad (\text{A.2.3})$$

Les fonctions $\ln(\cdot)$ peuvent être développée en série (page 306 [1]) :

$$\ln (1 - \alpha_{\lambda,m} e^{-j2\pi f T}) = - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^n}{n} e^{-j2\pi f n T} \quad \text{avec} \quad |\alpha_{\lambda,m}| < 1 \quad (\text{A.2.4})$$

$$\ln (1 - \alpha_{\lambda,m}^* e^{j2\pi f T}) = - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^{*n}}{n} e^{j2\pi f n T} \quad \text{avec} \quad |\alpha_{\lambda,m}^*| < 1 \quad (\text{A.2.5})$$

En intégrant sur la bande de Nyquist :

$$\begin{aligned} T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) df = \\ T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[\ln S_\lambda - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^n}{n} e^{-j2\pi f n T} - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^{*n}}{n} e^{j2\pi f n T} \right] df \end{aligned} \quad (\text{A.2.6})$$

En intervertissant les fonctions de sommation et d'intégration, on obtient :

$$\begin{aligned}
 T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) df = \\
 \ln S_\lambda - \sum_{m=1}^{M+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^n}{n} T \int_{-1/2T}^{1/2T} e^{-j2\pi fnT} df - \sum_{m=1}^{M+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{\lambda,m}^{*n}}{n} T \int_{-1/2T}^{1/2T} e^{j2\pi fnT} df
 \end{aligned} \tag{A.2.7}$$

En tenant compte du fait que l'on intègre une fonction périodique sur sa période, la relation (A.2.7) est équivalente à :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(\left| \tilde{H}(f) \right|^2 \sigma_d^2 + \sigma_w^2 \right) df = \ln S_\lambda \tag{A.2.8}$$

ANNEXE A.3

Application de la factorisation spectrale

Soit la fonction de transfert du canal :

$$H(z) = h[0] \prod_{u=1}^U (1 - z_{I,u} z^{-1}) \prod_{v=1}^V (1 - z_{O,v} z^{-1}) \quad \text{avec} \quad |z_{I,u}| < 1 \text{ et } |z_{O,v}| > 1 \quad (\text{A.3.1})$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} |\tilde{H}(f)|^2 &= |h[0]|^2 \prod_{u=1}^U \prod_{v=1}^V (1 - z_{I,u} e^{-j2\pi f T}) (-z_{O,v} e^{-j2\pi f T}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}} e^{j2\pi f T}\right) \\ &\times (1 - z_{I,u}^* e^{j2\pi f T}) (-z_{O,v}^* e^{j2\pi f T}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}^*} e^{-j2\pi f T}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.3.2})$$

Soit :

$$\begin{aligned} |\tilde{H}(f)|^2 &= |h[0]|^2 \prod_{u=1}^U \prod_{v=1}^V |z_{O,v}|^2 (1 - z_{I,u} e^{-j2\pi f T}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}^*} e^{-j2\pi f T}\right) \\ &\times (1 - z_{I,u}^* e^{j2\pi f T}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}} e^{j2\pi f T}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.3.3})$$

On en déduit :

$$\tilde{G}_\infty(f) = \prod_{u=1}^U \prod_{v=1}^V (1 - z_{I,u} e^{-j2\pi f T}) \left(1 - \frac{1}{z_{O,v}^*} e^{-j2\pi f T}\right) \quad (\text{A.3.4})$$

$$S_\infty = |h[0]|^2 \prod_{v=1}^V |z_{O,v}|^2 \quad (\text{A.3.5})$$

D'après la relation (2.9) :

$$\ln(s_\infty) = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln(|\tilde{H}(f)|^2) df \quad (\text{A.3.6})$$

Lorsque le canal est normalisé :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 df = 1 \quad (\text{A.3.7})$$

En appliquant, l'inégalité suivante [3]:

$$\exp \left\{ \int X(f) df \right\} \leq \int \exp \{X(f)\} df \quad (\text{A.3.8})$$

on obtient :

$$\exp \left\{ T \int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(|\tilde{H}(f)|^2 \right) df \right\} \leq T \int_{-1/2T}^{1/2T} \exp \left\{ \ln \left(|\tilde{H}(f)|^2 \right) \right\} df \quad (\text{A.3.9})$$

soit:

$$S_{\infty} \leq 1 \quad (\text{A.3.10})$$

Annexe A.4

Détermination de la fonction de transfert optimale de l'égaliseur linéaire

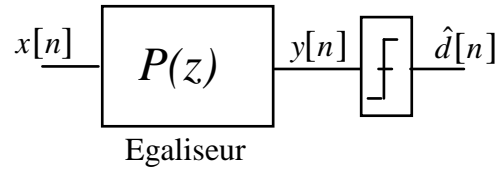


Figure A.4.1 *Egaliseur linéaire*

Considérons l'égaliseur présenté sur la figure A.4.1 et cherchons sa fonction de transfert qui minimise l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) définie par :

$$EQM = E \{ e[n]^2 \} = E \{ y[n] - d[n] \}^2 \quad (A.4.1)$$

L'erreur $e[n] = y[n] - d[n]$ peut être vue comme le résultat du filtrage des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$, comme indiqué sur la figure A.4.2

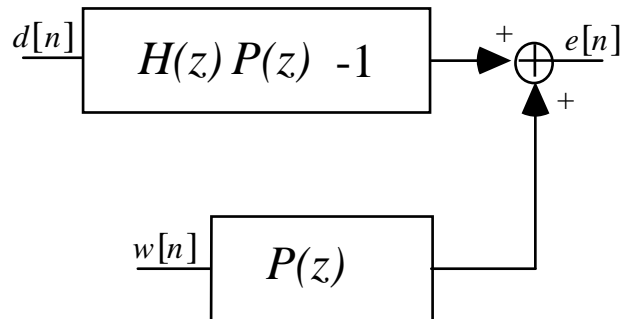


Figure A.4.2 *Représentation de l'erreur e[n]*

En introduisant la fonction d'autocorrélation de l'erreur $e[n]$ définie par :

$$\tilde{R}_{ee}[k] = E \{ e[n] e^*[n - k] \} \quad (A.4.2)$$

l'EQM peut encore s'écrire sous la forme :

$$EQM = \tilde{R}_{ee}[0] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{S}_{ee}(f) df \quad (A.4.3)$$

où $\tilde{S}_{ee}(f)$ est la densité spectrale de puissance de l'erreur $e[n]$ et T est le pas d'échantillonnage.

$$\tilde{S}_{ee}(f) = \sum_k \tilde{R}_{ee}[k] e^{-j2\pi kT} \quad (\text{A.4.4})$$

D'après la figure A.4.3 et en tenant compte du fait que les données $d[n]$ et les échantillons de bruit $w[n]$ sont des variables indépendantes, nous avons [annexe A.1] :

$$\tilde{S}_{ee}(f) = \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)\tilde{P}(f) - 1|^2 + \sigma_w^2 |\tilde{P}(f)|^2 \quad (\text{A.4.5})$$

où σ_d^2 et σ_w^2 sont respectivement la puissance des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$.

Ainsi l'EQM peut finalement se mettre sous la forme :

$$\text{EQM} = T\sigma_d^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)\tilde{P}(f) - 1|^2 df + T\sigma_w^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{P}(f)|^2 df \quad (\text{A.4.6})$$

Pour déterminer la fonction $\tilde{P}(f)$ qui minimise l'EQM utilisons un calcul variationnel et posons :

$$\tilde{P}(f) = \tilde{P}_{opt}(f) + \alpha\tilde{\zeta}(f) \quad (\text{A.4.7})$$

où $\tilde{P}_{opt}(f)$ est la fonction de transfert optimale de l'égaliseur et $\alpha\tilde{\zeta}(f)$ est un terme de variation.

En remplaçant $\tilde{P}(f)$ par son expression (A.4.7) dans la relation (A.4.6), on obtient :

$$\begin{aligned} \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f) + \alpha\tilde{\zeta}(f)) &= \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f)) + \\ & T \int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \text{Re} \left\{ \left(\sigma_d^2 [\tilde{H}(f)\tilde{P}_{opt}(f) - 1] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right) \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df \quad (\text{A.4.8}) \\ & + T|\alpha|^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} \left(\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2 \right) |\tilde{\zeta}(f)|^2 df \end{aligned}$$

$\tilde{P}_{opt}(f)$ étant la fonction de transfert de l'égaliseur qui minimise l'EQM, la quantité $\text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f) + \alpha\tilde{\zeta}(f)) - \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f))$ doit être positive ou nulle, quelle que soit la variation $\tilde{\zeta}(f)$.

D'après l'expression (A.4.8) ceci est réalisé si :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \operatorname{Re} \left\{ \left(\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - 1] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right) \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df = 0 \quad (\text{A.4.9})$$

soit encore pour :

$$\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{E}_{opt}(f) - 1] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) = 0 \quad (\text{A.4.10})$$

La fonction de transfert $\tilde{P}_{opt}(f)$ de l'égaliseur est finalement égale à :

$$\tilde{P}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2 \tilde{H}^*(f)}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.4.11})$$

En remplaçant $\tilde{P}_{opt}(f)$ par son expression (A.4.11) dans la relation (A.4.6), l'EQM minimale est égale à :

$$EQM_{\min} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} df \quad (\text{A.4.12})$$

Annexe A.5

Détermination de la fonction de transfert optimale de l'égaliseur non linéaire

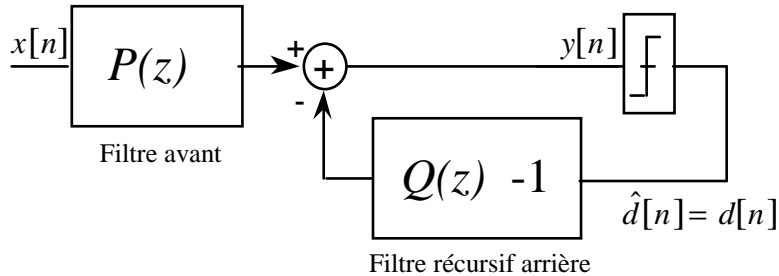


Figure A.5.1 Egaliseur non linéaire DFE

Considérons l'égaliseur représenté figure (A.5.1) et cherchons à déterminer les filtres numériques $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ qui minimise l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) définie par la relation (A.4.1).

On tiendra compte de la contrainte imposée à $\tilde{Q}(f)$. Le filtre récursif arrière doit être strictement causal.

L'erreur $e[n] = y[n] - d[n]$ peut être vue comme le résultat du filtrage des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$, comme indiqué sur la figure A.5.2.

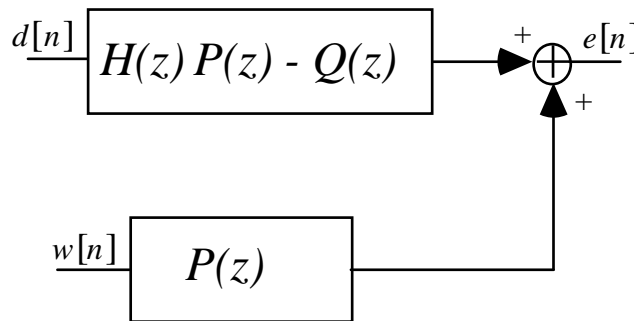


figure A.5.2 Représentation de l'erreur $e[n]$

En suivant la même démarche que dans l'annexe 4 pour le calcul de l'EQM, on obtient, pour l'égaliseur représenté sur la figure A.5.1 :

$$\text{EQM} = T\sigma_d^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)\tilde{P}(f) - \tilde{Q}(f)|^2 df + T\sigma_w^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{P}(f)|^2 df \quad (\text{A.5.1})$$

Pour déterminer la fonction $\tilde{P}(f)$ qui minimise l'EQM utilisons un calcul variationnel et posons :

$$\tilde{P}(f) = \tilde{P}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f) \quad (\text{A.5.2})$$

où $\tilde{P}_{opt}(f)$ est la fonction de transfert optimale du filtre transverse avant et $\alpha \tilde{\zeta}(f)$ est un terme de variation.

En remplaçant $\tilde{P}(f)$ par son expression (A.5.2) dans la relation (A.5.1), on obtient :

$$\begin{aligned} \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f)) &= \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f)) + \\ T \int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \operatorname{Re} \left\{ \left(\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f)] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right) \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df & \quad (\text{A.5.3}) \\ + T |\alpha|^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} \left(\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2 \right) |\tilde{\zeta}(f)|^2 df & \end{aligned}$$

$\tilde{P}_{opt}(f)$ minimise l'EQM, la quantité $\text{EQM}(\tilde{E}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f)) - \text{EQM}(\tilde{E}_{opt}(f))$ doit être positive ou nulle, quelle que soit la variation $\tilde{\zeta}(f)$.

D'après l'expression (A.5.3) ceci est réalisé si :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \operatorname{Re} \left\{ \left(\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f)] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right) \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df = 0 \quad (\text{A.5.4})$$

soit encore pour :

$$\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f)] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) = 0 \quad (\text{A.5.5})$$

La fonction de transfert $\tilde{P}_{opt}(f)$ du filtre avant est finalement égale à :

$$\tilde{P}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2 \tilde{Q}(f) \tilde{H}^*(f)}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.5.6})$$

En remplaçant $\tilde{P}_{opt}(f)$ par son expression (A.5.6) dans la relation (A.5.1), l'EQM minimale est égale à :

$$EQM_{\min} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2 |\tilde{Q}(f)|^2}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} df \quad (\text{A.5.7})$$

En utilisant les propriétés de la factorisation spectrale (2.16), on peut écrire :

$$EQM_{\min} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2 |\tilde{Q}(f)|^2}{S_\lambda |\tilde{G}_\lambda(f)|^2} df \quad (\text{A.5.8})$$

On en déduit :

$$\tilde{Q}_{opt}(f) = \tilde{G}_\lambda(f) \quad \text{avec} \quad \tilde{Q}_{opt}(f) - 1 \text{ strictement causal} \quad (\text{A.5.9})$$

$$\tilde{P}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2 \tilde{H}^*(f)}{S_\lambda G_\lambda^*(f)} \quad (\text{A.5.10})$$

Aussi l'EQM minimale est égale à :

$$EQM_{\min} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{S_\lambda} \quad (\text{A.5.11})$$

Équivalence des structures DFE et PDFE

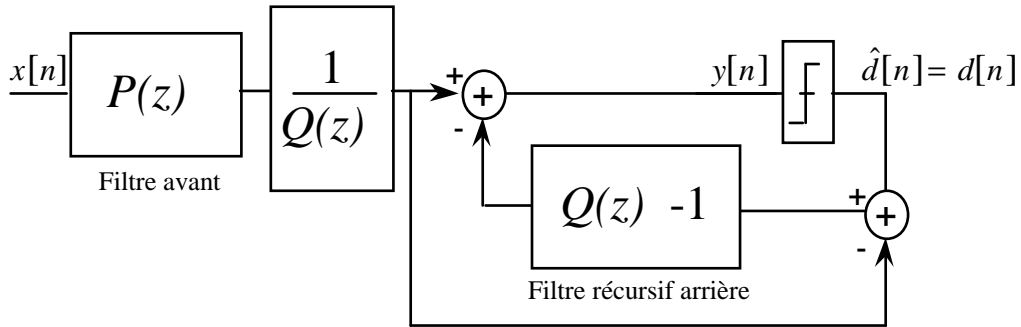


Figure A.5.3 Egaliseur non linéaire PDFE

La transformée en z de la séquence $\{y[n]\}$ peut s'écrire sous la forme :

$$Y(z) = X(z) \frac{P(z)}{Q(z)} - [Q(z) - 1] \left(R(z) \frac{P(z)}{Q(z)} - \hat{D}(z) \right) \quad (\text{A.5.12})$$

ou encore :

$$Y(z) = X(z) \frac{P(z)}{Q(z)} [1 - [Q(z) - 1]] - [Q(z) - 1] \hat{D}(z) \quad (\text{A.5.13})$$

En simplifiant on obtient l'équation du DFE :

$$Y(z) = X(z)P(z) - [Q(z) - 1] \hat{D}(z) \quad (\text{A.5.14})$$

Annexe A.6

Détermination de la fonction de transfert optimale de l'annuleur d'interférences

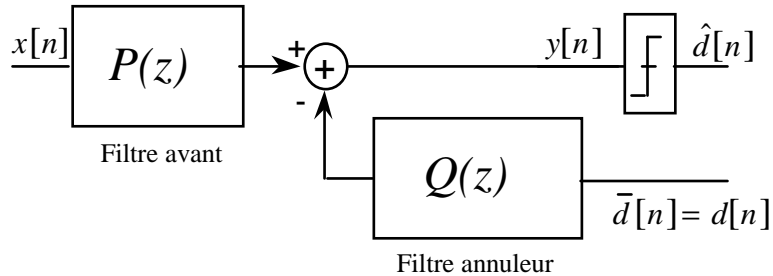


Figure A.6.1 Schéma de principe de l'annuleur d'interférences

En partant de la structure de l'égaliseur représentée sur la figure A.6.1, nous allons déterminer les fonctions de transfert $\tilde{P}(f)$ et $\tilde{Q}(f)$ qui minimisent l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) entre la sortie $y[n]$ et les données $d[n]$. L'EQM est donnée par la relation (A.4.1).

L'erreur $e[n] = y[n] - d[n]$ peut être vue comme le résultat du filtrage des données $d[n]$ et du bruit $w[n]$, comme indiqué sur la figure A.6.2.

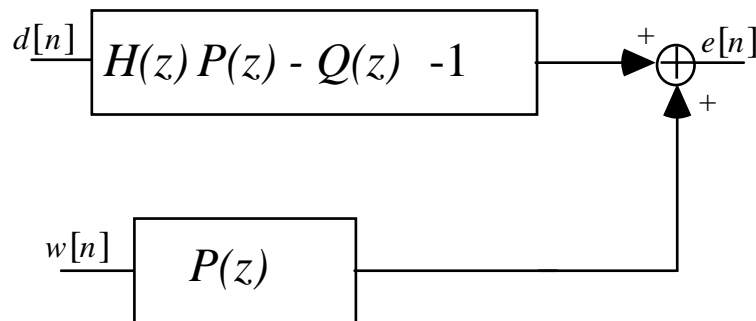


figure A.6.2 Représentation de l'erreur $e[n]$

En suivant la même démarche que dans l'annexe 4 pour déterminer l'expression (A.4.6) de l'EQM, on obtient, pour l'égaliseur représenté sur la figure A.6.1 :

$$\text{EQM} = T\sigma_d^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} \left| \tilde{H}(f)\tilde{P}(f) - \tilde{Q}(f) - 1 \right|^2 df + T\sigma_w^2 \int_{-1/2T}^{1/2T} \left| \tilde{P}(f) \right|^2 df \quad (\text{A.6.1})$$

Nous allons minimiser l'EQM (A.6.1) sous la contrainte que le filtre $\tilde{Q}(f)$ possède un coefficient central $q[0]$ nul.

En tenant compte du fait que :

$$q[k] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{Q}(f) e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{A.6.2})$$

la contrainte peut s'exprimer par :

$$q[0] = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \tilde{Q}(f) df = 0 \quad (\text{A.6.3})$$

Déterminons d'abord la fonction de transfert $\tilde{P}(f)$ qui minimise l'EQM. Pour cela posons :

$$\tilde{P}(f) = \tilde{P}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f) \quad (\text{A.6.4})$$

où $\tilde{P}_{opt}(f)$ représente la fonction qui minimise l'expression (A.6.1) et $\alpha \tilde{\zeta}(f)$ est un terme de variation. En remplaçant $\tilde{P}(f)$ par son expression (A.6.4) dans la relation (A.6.1), on obtient :

$$\begin{aligned} \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f)) &= \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f)) + \\ & T \int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \operatorname{Re} \left\{ \left[\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f) - 1] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right] \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df \\ & + T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2 \right] |\alpha \tilde{\zeta}(f)|^2 df \end{aligned} \quad (\text{A.6.5})$$

$\tilde{P}_{opt}(f)$ étant la fonction de transfert qui minimise l'EQM, la quantité $\text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f)) - \text{EQM}(\tilde{P}_{opt}(f))$ doit être positive ou nulle, quelle que soit la variation $\tilde{\zeta}(f)$.

D'après l'expression (A.6.5) ceci est réalisé si :

$$\int_{-1/2T}^{1/2T} 2 \operatorname{Re} \left\{ \left[\sigma_d^2 [\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f) - 1] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) \right] \alpha^* \tilde{\zeta}^*(f) \right\} df = 0 \quad (\text{A.6.6})$$

soit encore pour :

$$\sigma_d^2 \left[\tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f) - 1 \right] \tilde{H}^*(f) + \sigma_w^2 \tilde{P}_{opt}(f) = 0 \quad (\text{A.6.7})$$

Finalement $\tilde{P}_{opt}(f)$ est égal à :

$$\tilde{P}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2 \tilde{H}^*(f) \left[1 + \tilde{Q}(f) \right]}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.6.8})$$

Pour déterminer la fonction de transfert $\tilde{Q}(f)$ nous allons tenir compte de la contrainte (A.6.3) et utiliser les multiplicateurs de Lagrange. L'EQM est alors de la forme :

$$\begin{aligned} EQM = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[\sigma_d^2 \left| \tilde{H}(f) \tilde{P}_{opt}(f) - \tilde{Q}(f) - 1 \right|^2 + \sigma_w^2 \left| \tilde{P}_{opt}(f) \right|^2 \right] df + \\ T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left(\lambda_1 \operatorname{Re} \left[\tilde{Q}(f) \right] + \lambda_2 \operatorname{Im} \left[\tilde{Q}(f) \right] \right) df \end{aligned} \quad (\text{A.6.9})$$

où λ_1 et λ_2 sont deux multiplicateurs de Lagrange.

En remplaçant $\tilde{P}_{opt}(f)$ par son expression (A.6.8) dans la relation (A.6.9), l'EQM peut se mettre sous la forme :

$$EQM = T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[\sigma_d^2 \sigma_w^2 \frac{|1 + \tilde{Q}(f)|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2} + \lambda_1 \operatorname{Re} \left\{ \tilde{Q}(f) \right\} + \lambda_2 \operatorname{Im} \left\{ \tilde{Q}(f) \right\} \right] df \quad (\text{A.6.10})$$

En suivant la même démarche que pour déterminer $\tilde{P}(f)$ et en posant :

$$\tilde{Q}(f) = \tilde{Q}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f) \quad (\text{A.6.11})$$

où $\tilde{Q}_{opt}(f)$ représente la fonction qui minimise l'EQM (A.6.10) et $\alpha \tilde{\zeta}(f)$ est un terme de variation, on peut écrire :

$$\begin{aligned} EQM \left[\tilde{Q}_{opt}(f) + \alpha \tilde{\zeta}(f) \right] = EQM \left[\tilde{Q}_{opt}(f) \right] + \\ T \int_{-1/2T}^{1/2T} \left[2 \sigma_d^2 \sigma_w^2 \frac{\operatorname{Re} \left\{ (1 + \tilde{Q}_{opt}^*(f)) \alpha \tilde{\zeta}(f) \right\}}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2} + \lambda_1 \operatorname{Re} \left\{ \alpha \tilde{\zeta}(f) \right\} + \lambda_2 \operatorname{Im} \left\{ \alpha \tilde{\zeta}(f) \right\} \right] df \\ + T \int_{-1/2T}^{1/2T} \sigma_d^2 \sigma_w^2 \frac{|\alpha \tilde{\zeta}(f)|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2} df \end{aligned}$$

(A.6.12)

$\tilde{Q}_{opt}(f)$ étant la fonction de transfert qui minimise l'EQM, la quantité $\text{EQM}(\tilde{Q}_{opt}(f) + \alpha\tilde{\zeta}(f)) - \text{EQM}(\tilde{Q}_{opt}(f))$ doit être positive ou nulle, quelle que soit la variation $\tilde{\zeta}(f)$.

D'après l'expression (A.6.12) ceci est réalisé si :

$$\int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\text{Re} \left\{ \left(2 \sigma_d^2 \sigma_w^2 \left[1 + \tilde{Q}_{opt}^*(f) \right] + (\lambda_1 - j\lambda_2) \left[\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 \right] \right) \alpha \tilde{\zeta}(f) \right\}}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2} df = 0 \quad (\text{A.6.13})$$

soit encore pour :

$$2 \sigma_d^2 \sigma_w^2 \left[1 + \tilde{Q}_{opt}^*(f) \right] + (\lambda_1 - j\lambda_2) \left[\sigma_w^2 + \sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 \right] = 0 \quad (\text{A.6.14})$$

Le fonction $\tilde{Q}_{opt}(f)$ qui vérifie (A.6.14) est donc égale à :

$$\tilde{Q}_{opt}(f) = -(\lambda_1 + j\lambda_2) \left(\frac{1}{2 \sigma_d^2} + \frac{|\tilde{H}(f)|^2}{2 \sigma_w^2} \right) - 1 \quad (\text{A.6.15})$$

En utilisant la contrainte (A.6.3), on peut déterminer la valeur des multiplicateurs λ_1 et λ_2 .

$$\int_{-1/2T}^{1/2T} \left[(\lambda_1 + j\lambda_2) \left(\frac{1}{2 \sigma_d^2} + \frac{|\tilde{H}(f)|^2}{2 \sigma_w^2} \right) + 1 \right] df = 0 \quad (\text{A.6.16})$$

En tenant compte du fait que les coefficients $h[k]$ du canal discret équivalent sont normalisés :

$$\sum_k |h[k]|^2 = 1 \quad (\text{A.6.17})$$

on peut montrer facilement que :

$$T \int_{-1/2T}^{1/2T} |\tilde{H}(f)|^2 df = 1 \quad (\text{A.6.18})$$

En utilisant (A.6.18) et la condition (A.6.17), les multiplicateurs λ_1 et λ_2 ont respectivement pour valeur :

$$\lambda_1 = -\frac{2\sigma_d^2\sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \quad \lambda_2 = 0 \quad (\text{A.6.19})$$

et la réponse $\tilde{Q}_{opt}(f)$ est égale à :

$$\tilde{Q}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \left[\left| \tilde{H}(f) \right|^2 - 1 \right] \quad (\text{A.6.20})$$

En remplaçant $\tilde{Q}_{opt}(f)$ par son expression (A.6.20) dans la relation (A.6.8), la réponse $\tilde{P}_{opt}(f)$ s'écrit :

$$\tilde{P}_{opt}(f) = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \tilde{H}^*(f) \quad (\text{A.6.21})$$

Finalement l'EQM minimale est obtenue en remplaçant $\tilde{P}_{opt}(f)$ et $\tilde{Q}_{opt}(f)$ par leur expression respective dans la relation (A.6.1).

$$EQM_{\min} = \frac{\sigma_d^2\sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.6.22})$$

Annexe A.7

Comparaison des performances des égaliseurs

En utilisant les relations (2.28), (2.36), (2.38), (2.16) et (2.21), on peut écrire pour les différents égaliseurs leur EQM minimale :

Linéaire

$$EQM_{LE} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \tilde{R}_{gg}[0] T \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{1}{|\tilde{G}_\lambda(f)|^2} df \quad (\text{A.7.1})$$

DFE

$$EQM_{DFE} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \tilde{R}_{gg}[0] \quad (\text{A.7.2})$$

Annuleur d'interférences

$$EQM_{AI} = \frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.7.3})$$

En utilisant la relation (2.11), on démontre aisément que :

$$EQM_{DFE} \geq EQM_{AI} \quad (\text{A.7.4})$$

En appliquant à l'expression (2.28), la condition (A.3.8), on peut écrire :

$$\exp \left(\int_{-1/2T}^{1/2T} \ln \left(\frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{\sigma_d^2 |\tilde{H}(f)|^2 + \sigma_w^2} \right) df \right) \leq EQM_{LE} \quad (\text{A.7.5})$$

en considérant la relation (2.18), on obtient :

$$\frac{\sigma_d^2 \sigma_w^2}{S_\lambda} \leq EQM_{LE} \quad (\text{A.7.6})$$

On déduit alors de (A.7.6) et (2.36) que :

$$EQM_{LE} \geq EQM_{DFE} \quad (\text{A.7.7})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.G. Proakis, *Digital Communications*, New York : Mc Graw Hill, 1989.
- [2] S.U.H. Quershi, "Adaptative equalization," *Proc. IEEE*, vol. 73, Sept. 1985, pp. 1349-1387.
- [3] E.A. Lee and D.G. Messerschmitt, *Digital communication*, Boston, MA : Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [4] G.D. Forney, Jr., "Maximum likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference," *IEEE Trans. Inform.Theory*, vol. IT-18, pp 363-378, May 1972.
- [5] J. Salz, "Optimum mean-square decision feedback equalization," *Bell Syst.Tech. J.*, vol 52, n°8, pp 1341-1373, Oct. 1973.
- [6] R. Price, "Non linearly feedback equalized by v.s. capacity for noisy filter channels," in *Proc IEEE Int .Conf. Communications, ICC-72*, pp. 22.12-22.17.
- [7] A. Gersho and T.L. Lim, "Adaptative cancellation of intersymbol interference for data transmission," *Bell Syst.Tech. J.*, vol 60, n°11, pp. 1997-2021, Nov. 1981.
- [8] A. Gersho & Al, "Interference cancellation method and apparatus," *US patent n°4.412.341*, Oct. 25, 1983.
- [9] M.S. Muller and J. Salz, "A unified theory of data-aided equalization," *Bell Syst.Tech. J.*, vol 60, n°9, pp. 2023-2038, Nov. 1981.
- [10] M. Bellanger, *Traitement numérique du signal*, Masson, 1994.
- [11] M. Kunt, *Traitement numérique des signaux*, Dunod, 1981.
- [12] J.M. Cioffi, G.P. Dudevoir, M. Vedat Eyuboglu and G.D. Forney, Jr., "MMSE decision feedback equalizers and coding - part II : coding results," *IEEE Trans. Commun.*, vol 43, n°10, pp. 2595-2604, Oct. 1995.
- [13] J.M. Cioffi, G.P. Dudevoir, M Vedat Eyuboglu and G.D. Forney, Jr., "MMSE decision feedback equalizers and coding - part I : equalization results," *IEEE Trans. Commun.*, vol 43, n°10, pp. 2582-2594, Oct. 1995.
- [14] B. Mulgrew and C.F.N. Cowan, "An adaptive kalman equalizer : structure and pp.1727-1735, Dec. 1987.
- [15] C.A. Belfiore and J.H. Park, Jr., "Decision feedback equalization," *Proc. IEEE*, vol 67, n°8, pp. 1143-1156, Aug. 1979.
- [16] B. Porat and B. Friedlander, "Blind equalization of digital communications channels using high-order moments," *IEEE Trans. of Signal Processing*, vol 39, n°2, pp 522-526, Feb. 1991.

- [17] O. Macchi, C.A. Faria da Roccha, J.M. Travassos-Romano, "Égalisation adaptative autodidacte par rétroprédiction et prédiction," *XIV colloque GRETSI*, Juan-les-pins, pp 491-493, Sept.1993.
- [18] J. Labat, "Apport de l'égalisation auto-adaptative en communications acoustiques sous-marines," *Thèse*, présentée à l'UBO le 26 avril 1994
- [19] O. Macchi, "Adaptive Processing : The LMS approach with applications in transmissions," *Willey*, 1995
- [20] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a Stop and Go Decision Directed algorithm", *IEEE Trans. Commun.*, vol 28, n°11, pp. 1867-1875, Nov. 1987.
- [21] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems," *IEEE Trans. Commun.*, pp. 679-682, June 1975.
- [22] D.N. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communications systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol COM-28, n°11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- [23] O. Shalvi and E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol 36, n°2, pp. 312- 321, Mar. 1990.
- [24] A. Beneveniste and M. Goursat, "Blind equalizers," *IEEE Trans. on commun.*, vol COM-32, n°8, pp. 871-883, Aug. 1984.
- [25] R.A. Kennedy, B.D.O. Anderson and R.R. Bitmead, "Blind adaptation of decision feedback equalizers : gross convergence proprieties," *Int. J. Adapt. Control and Signal Process.*, vol 7, pp. 497-523, 1993.
- [26] S. Marcos, S. Cherif and M. Jaidane, "Blind cancellation of intersymbol interference in decision feedback equalizers," *ICASSP 95*, pp 1073-1076, 1995.
- [27] O. Macchi and A. Hachicha, "Self-adaptive equalization based on a prediction principle," *Proc. IEEE 1986 Globecom*, Houston, pp 1641-1645, 1986.
- [28] O. Macchi et Gu, "Déconvolution d'un canal à non-minimum de phase par prédiction," *Douzième colloque GretsI* , Juan-les-pins, pp 367-370, Juin 1989.
- [29] C.A. Faria Da Rocha and O. Macchi, "A novel self-learning adaptive recursive equalizer with unique optimum for QAM," *ICASSP 94*, Adelaïde 1994
- [30] C.A. Faria da Roccha, O. Macchi, J.M. Travassos-Romano, "An adaptive nonlinear IIR filter for self-learning equalization," *ITS*, Rio de Janeiro, pp 6-10, July 1994.
- [31] N. Le Squin, "Contribution à l'étude d'un nouvel égaliseur autodidacte. Application aux canaux non stationnaires," *Thèse*, présentée à l'UBO le 17 avril 1996.

- [32] K. Hilal and P. Duhamel, "A blind equalizer allowing soft transition between the constant modulus and the decision-directed algorithm for PSK modulated signals," *ICC*, Geneva, pp. 1144-1148, 1993.
- [33] J. Labat, O. Macchi, C. Laot et N. Le Squin, "Dispositif d'égalisation adaptatif pour systèmes de communications numériques," *Brevet France Télécom n° 9510832*, déposé le 15/09/95.
- [34] J. Labat, O. Macchi, C. Laot and N. Le Squin, "Is training of adaptive equalizers still useful?," in *Proc. IEEE 1996 Globecom*, 1996.
- [35] J. Labat, O. Macchi, C. Laot et N. Le Squin, "Adaptive Decision Feedback Equalization : can you skip the training period?," submitted to *IEEE Trans. Commun.*, July 1996.
- [36] M. J. Ready, R. P. Gooch, "Blind equalization based on radius directed adaptation," *Proc. ICASSP90*, Albuquerque (New Mexico), pp.1699-1702, 1990.
- [37] M. Vedat Eyuboglu, "Detection of coded modulation signals on linear, severely distorted channels using decision feedback noise prediction with interleaving," *IEEE Trans. Commun.*, vol 36, n°4, pp. 401-409, Apr. 1988.
- [38] K. Zhou and J. G. Proakis, "Coded reduced-bandwidth QAM with decision feedback equalization," *IEEE*, pp. 380-384, 1988.
- [39] K. Zhou and J. G. Proakis, "Decision feedback equalization of time-dispersive channels with coded modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol 38, n°1, pp. 18-24, Jan. 1990.
- [40] C. Douillard, A. Picart, P. Didier, M. Jézéquel, C. Berrou and , A. Glavieux, "Iterative Correction of Intersymbol Interference : Turbo-equalization", *European Transactions on Telecommunications*, Vol.6, N0.5, september/october 1995.
- [41] C. Berrou and A. Glavieux, " Near Optimum Error Correcting Coding And Decoding : Turbo-codes," *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 44, N° 10, pp.1262-1271, October 1996.
- [42] C. Berrou, P. Adde, E. Angui and S. Faudeil, "A low complexity soft-output viterbi decoder architecture", *ICC'93*, Geneva, Switzerland, May 93.
- [43] P. Didier, "La turbo-égalisation et son application aux communications radiomobiles," *Thèse*, présentée à l'UBO le 26 avril 1994.
- [44] C. Laot, A. Glavieux et J. Labat, "Turbo-égalisation," *Brevet France Télécom n° 9705978*, déposé le 15/05/97.

PUBLICATIONS

Publication en revue

J. Labat, O. Macchi, C. Laot et N. Le Squin, "Adaptive Decision Feedback Equalization : can you skip the training period ?," submitted to *IEEE Trans. Commun.*, July 1996.

Brevets

J. Labat, O. Macchi, C. Laot et N. Le Squin, "Dispositif d'égalisation adaptatif pour systèmes de communications numériques," *Brevet France Télécom N°9510832*, déposé le 15/09/95.

C. Laot, A. Glavieux et J. Labat, "Turbo-égalisation, " *Brevet France Télécom N°9705978*, déposé le 15/05/97.

Publications en congrès

J. Labat, O. Macchi, C. Laot and N. Le Squin, "Is training of adaptative equalizers still useful ?," in *Proc. IEEE 1996 Globecom*, 1996.

J. Labat, O. Macchi et C. Laot, "Une structure universelle pour l'égalisation numérique autodidacte," *GRETSI 97*, Grenoble, 1997.

C. Laot et A. Glavieux, "Détection à décision pondérée sur canal sélectif en fréquence en présence de codage de canal," *GRETSI 95*, Juans-les-pins, 1995.